

# Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

## Вступительные задания

2008 год

### Математика

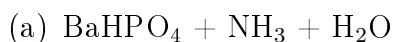
1. При каких  $b$  существует решение уравнения:  $(b^2 - 4b + 4)x^2 + 7 = 0$ ?
2. Найти арифметическую прогрессию, среднее арифметическое первых  $n$  членов которой равно  $2n$ .
3. Два зондера и три вожатых выкапывают яму за 15 часов. Три зондера и один вожатый выкапывают яму за 20 часов. Сколько времени потребуется одному зондеру и одному вожатому на выкапывание ямы?
4. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 16$  см и  $BC = 8$  см боковая сторона равна  $4\sqrt{7}$  см, а угол  $ADC = 60^\circ$ . Через вершину проведена прямая  $l$ , делящая трапецию на два многоугольника, площади которых равны. Найдите площадь трапеции и длину отрезка прямой  $l$ , заключённого внутри трапеции.
5. Сравните два числа:  $3^{400}$  и  $4^{300}$ .
6. Калькулятор выполняет пять операций: сложение, вычитание, умножение, деление и извлечение квадратного корня. Найдите формулу, по которой на этом калькуляторе можно определить наименьшее из двух произвольных чисел  $a$  и  $b$ .
7. На прямой сидят три кузнечика, каждую секунду прыгает один кузнечик. Он прыгает через какого-нибудь кузнечика, но не через двух сразу. Докажите, что через 1985 секунд они не могут вернуться в исходное положение.
8. Доказать, что никакую прямоугольную шахматную доску шириной в 4 клетки нельзя обойти ходом шахматного коня, побывав на каждом поле по одному разу и последним ходом вернувшись на исходную клетку.

## Физика

1. Положите монету в прозрачную широкую банку, наполненную водой, и посмотрите сквозь воду под нужным углом — вы увидите изображение монеты на поверхности воды. Если теперь приложить руку с обратной стороны банки, то это, скорее всего, не повлияет на изображение; однако, если рука будет мокрой, то изображение исчезнет. Почему?
2. Бросьте кубик—другой льда в ваш любимый напиток, и вы услышите вначале потрескивание, а затем такой звук, как будто что-то жарится на сковородке. Откуда возникают эти звуки? Не всякий лед, впрочем, производит звук «сковородки». Почему? Айсберги, попадая при дрейфе в южные моря, начинают подтаивать и тоже потрескивают. Их треск часто слышен на судах и подводных лодках, и его называют «айсберговой шипучкой».
3. Спутник вращается по круговой орбите вблизи планеты, которую можно принять за однородный шар плотностью  $\rho$ . Определите период вращения спутника  $T$ .
4. Мяч свободно падает с высоты  $h = 120$  м на горизонтальную плоскость. При каждом отскоке скорость его уменьшается в  $n = 2$  раза. Постройте график скорости и найдите пройденный мячом путь от начала движения до остановки.
5. Имеются два вольтметра с сопротивлением 15 кОм и 20 кОм, рассчитанные на максимальное напряжение 100 В и 80 В. Какое наибольшее напряжение можно измерить с помощью этих вольтметров?

## Химия

1. При разборке шкафа с реактивами юный химик обнаружил склянки со следующими веществами: роданид цезия, пирофосфат кальция, сулема, желтая кровяная соль, персульфат аммония, каломель, киноварь, сероуглерод. Помогите юному химику разобраться и понять, что за вещества скрываются за этими таинственными названиями.
2. Имеет ли запах оксид азота NO? Если да, то как его определить? Ответ поясните.
3. В трех пробирках содержатся водные растворы  $\text{NaHCO}_3$ ,  $\text{ZnCl}_2$ ,  $\text{KBr}$ . Как определить, где что находится, не сливая пробирок?
4. Вещество массой 14,9 г, образованное двумя видами химических частиц с одинаковым электронным строением  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ , полностью прореагировало с 20,0 г 98%-ной серной кислоты. Напишите уравнение реакции и определите массу образовавшейся соли.
5. Какие два вещества вступили в реакцию и при каких условиях, если в результате образовались следующие вещества (указаны все продукты без коэффициентов):



Запишите полные уравнения реакций.

6. При сжигании смеси паров бесцветной ядовитой жидкости А с двукратным по объему количеством кислорода получили 36 мг воды, 89,6 мл углекислого газа, 44,8 мл азота и 67,2 мл кислорода. Определите количественный состав смеси до начала реакции. Почему при добавлении солей железа к калиевой соли А происходит значительное снижение ее токсичности?

## Биология

1. Перечислите известные вам механизмы регуляции артериального давления в организме человека. В чем основные отличия этих механизмов?
2. Опишите те элементы тела сухопутных животных и механизмы, которые позволяют им ориентироваться в трехмерном пространстве. Расскажите об основных принципах трехмерной ориентации.
3. Есть ли в теле человека кость или кости, которые не соединены с другими костями? Если есть, то опишите их строение и функции.
4. Какие физиологические процессы участвуют в формировании у человека ощущения голода и сытости? Как можно проверить ваши гипотезы?
5. Длительный прием антибиотиков может вызвать массовую гибель или изменение видового состава микроорганизмов в кишечнике, на слизистых оболочках, на поверхности кожи — нарушение микрофлоры. Какие негативные последствия могут быть у такой «стерилизации»? Приведите примеры и объясните их.
6. Какие меры следует предпринимать, чтобы повысить успех операции по пересадке органов от человека к человеку? Может ли переливание крови считаться частным случаем такой операции? Ответы поясните.