

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Вступительные задания

2008 год

Математика

1. Расстояние между A и B равно 100 км. Из A в B выехал автобус, через 8 мин за ним выехал мотоциклист, скорость которого в 1,2 раза больше скорости автобуса. В пункт B автобус пришёл на 12 минут позже мотоцикла. Чему равна скорость мотоциклиста?
2. Решить систему уравнений:

$$x + 3 = y$$

$$x^2 + y^2 - 2x = 4.$$

3. Вычислить (упростить): $\sqrt[3]{4 + 3\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{9}} - \frac{1-3^{\frac{2}{3}}}{1+\sqrt[3]{3}}$.
4. В равнобедренном треугольнике основание равно 8, а боковая сторона 6. Найдите длину медианы, опущенной на боковую сторону.
5. Найдите наибольший общий делитель (НОД) чисел 342 и 665.
6. Можно ли нарисовать 9-звенную замкнутую ломанную, каждое звено которой пересекается ровно с одним из остальных звеньев?
7. В круге отметим точку. Разрежьте круг:
 - (а) на 2 части,
 - (б) на 3 части так, чтобы из них можно было составить новый круг с центром в отмеченной точке.
8. Раскрасьте плоскость в несколько цветов так, чтобы на ней не нашлось единичного отрезка с концами одного цвета.

Физика

1. Почему в грозу нельзя ложиться на землю?
2. На одну чашку весов поставлено ведро, до краев наполненное водой. На другую — точно такое же ведро, тоже полное до краев, но в нем плавает кусок дерева. Какое ведро перевесит?
3. Металлический стержень, к верхнему концу которого прикреплѐн пружинный динамометр, медленно погружают в цилиндрический сосуд с водой, имеющий площадь поперечного сечения $S = 20 \text{ см}^3$. Определите, на сколько изменится показания динамометра, когда уровень воды в сосуде поднимется по сравнению с первоначальным на высоту $h = 10 \text{ см}$.
4. При топографической съёмке с самолета, летящего на высоте $H = 2000 \text{ м}$, необходимо получить снимки местности в масштабе 1:4000. Каково должно быть фокусное расстояние F объектива?
5. Резиновый мячик массой m и радиусом R погружают в воду на глубину h и отпускают. На какую высоту, считая от поверхности воды, выскочит мячик? Силы сопротивления при движении мяча в воде и воздухе не учитывать.

Химия

1. Напишите, сколько протонов и электронов содержат следующие молекулы: CO_2 , PH_3 , N_2H_4 .
2. При разборке шкафа с реактивами юный химик обнаружил склянки со следующими веществами: медный купорос, сода каустическая, сода питьевая, сода кальцинированная, плавиковая кислота, соляная кислота, «марганцовка», гашеная известь, негашеная известь, мрамор, глауберова соль, бертолетова соль, нашатырь, пергидроль. Помогите юному химику разобраться и понять, что за вещества скрываются за этими таинственными названиями.
3. Сколько граммов чистого NaCl и его 6%-ного раствора (по массе) нужно взять для получения 100 мл раствора с концентрацией NaCl 2,5 моль/л?
4. Есть реакция: $\text{A} + \text{B} = \text{V}$. Известно, что А и В — простые газообразные вещества. Предложите как можно больше таких реакций.
5. При растворении металлического натрия в воде выделившегося газа хватило для полного восстановления 8,0 г оксида меди (II). Определите массу растворенного натрия, а также напишите уравнения упомянутых реакций.
6. Изучая свойства серы и ее соединений, юный химик сжег навеску ромбической серы в заполненной кислородом колбе так, что после завершения реакции в сосуде не осталось ни кислорода, ни серы. Затем он заполнил колбу водой. Помогите юному химику определить молярную концентрацию H_2SO_3 в полученном растворе.

Биология

1. Какие млекопитающие издают громкие звуки, и как это связано с их образом жизни? Приведите примеры и поясните свой ответ.
2. Перечислите все способы распространения семян у семенных растений. Какой способ более выгодный?
3. Как различные животные приспосабливаются к условиям пониженной влажности? Какие приспособления позволили животным освоить сушу?
4. Какие газообразные вещества могут использовать живые существа, и как именно?
5. Муравьи не умеют, как пчелы, синтезировать воск и изготавливать соты. Тем не менее они способны запасать некоторые жидкости. Как они могут это делать?
6. Почему засоление почв ведет к угнетению и гибели растений — ведь концентрация необходимых растению неорганических веществ увеличивается?