

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Вступительные задания

2008 год

Математика

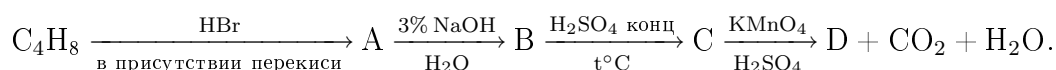
1. Решите уравнение: $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$.
2. У Алёны есть мобильный телефон, заряда аккумулятора которого хватает на 6 часов разговора или 210 часов ожидания. Когда Алёна садилась в поезд, телефон был полностью заряжен, а когда она выходила из поезда, телефон разрядился. Сколько времени она ехала на поезде, если известно, что Алёна говорила по телефону ровно половину времени поездки?
3. Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $p + q = 2002$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
4. Построить график функции: $x - |\sin x|$.
5. Найти сечение куба, которое является правильным шестиугольником.
6. Докажите, что среди любых 10 целых чисел найдется несколько, сумма которых делится на 10.
7. Три шахматиста А, В, и С сыграли матч-турнир (каждый с каждым сыграл одинаковое число партий). Может ли случиться так, что по числу очков А занял первое место, С — последнее, а по числу побед, наоборот, А занял последнее место, а С — первое (за победу присуждается одно очко, за ничью — пол-очка)?
8. В таблице 8×8 все четыре угловые клетки закрашены черным цветом, все остальные — белым. Докажите, что с помощью перекрашивания строк и столбцов нельзя добиться того, чтобы все клетки стали белыми. Под перекрашиванием строки или столбца понимается изменение цвета всех клеток в строке или столбце.

Физика

1. Бильярдные удары. Как вы, играя в бильярд, осуществляете «удар с протяжкой» (при таком ударе «свой» шар идет за тем, по которому он ударил) и «удар с отскоком» (когда «свой» шар после удара катится обратно)? Казалось бы, когда движущийся шар ударяет по неподвижному шару той же массы, сам он должен остановиться. При ударе «массё» «свой» шар движется по параболе. (Такие удары в основном запрещены правилами, поскольку, промахнувшись, игрок может порвать сукно на столе.) Как нужно ударить по шару, чтобы он описал параболу? Почему борт бильярдного стола выше центра шара? Разве шар не лучше отскакивал бы от него, если бы удар о борт приходился на уровне центра шара?
2. Куда направлена сила тяжести в центре Земли? Ваши предположения.
3. Человек на вытянутой руке вращает в вертикальной плоскости ведро с водой. Какова должна быть минимальная частота вращения, чтобы вода из ведёрка не вылилась? Длина руки $L = 53$ см.
4. Маленький пузырёк воздуха всплывает со дна озера глубиной $h = 25$ м. Во сколько раз увеличится объём пузырька за время его всплытия от дна до поверхности воды? Атмосферное давление нормальное. Температура воды у дна $t_1 = 15^\circ\text{C}$, у поверхности воды $t_2 = 25^\circ\text{C}$.
5. Предложен новый тип мышеловок: берется тонкий круглый чизбургер (слой хлеба, сыра и опять хлеба, одинаковой толщины $d = 0,5$ см), радиуса $r = 7,5$ см, кладется на центр поверхности плоского алюминиевого диска радиусом $R = 5r$ и накрывается таким же диском. Мышеловка кладется на гладкий горизонтальный непроводящий пол и заряжается от 9-тивольтовой батарейки, после чего батарейку отсоединяют, и мышеловка готова. Оцените заряд, который грозит попавшей в мышеловку мыши, если диэлектрическая проницаемость хлеба $\varepsilon(\text{хлеба})=2$, а $\varepsilon(\text{сыра}) = 2\varepsilon(\text{хлеба})$.

Химия

1. Напишите как можно больше изомеров, имеющих общую формулу C_4H_8O , и назовите их в соответствии с правилами номенклатуры IUPAC.
2. Одним из методов получения диэтилового эфира является реакция дегидратации этанола под действием концентрированной серной кислоты. В результате этой реакции также может образовываться побочный продукт. Что же это за продукт? Какими свойствами он обладает? Приведите примеры характерных реакций с ним.
3. Напишите уравнения реакции, укажите условия:



4. Расположите вещества в порядке увеличения кислотности:



5. Юный участник химической олимпиады заполнял таблицу «Применение химических веществ». По мнению жюри, он допустил много ошибок. Исправьте их.

	Вещество	Применение	
1	H_2O	наполнитель электроламп	А
2	ZnO	припой	Б
3	I_2	широко используемый растворитель	В
4	$ClCN$	применяется в пекарском деле	Г
5	Pb/Sn (сплав)	строительный материал	Д
6	Kr	антисептик	Е
7	Na_2O_2	боевое отравляющее вещество	Ж
8	CO_2	действующее вещество в изолирующих противогазах	З
9	$CaSO_4 \times \frac{1}{2}H_2O$	компонент детской присыпки	И
10	$NaHCO_3$	хладоагент	К

6. Бесцветная соль А состоит из трех элементов X, Y, Z, два из которых радиоактивны. Состав А: X 19,3%; Y 49,0%; Z 31,7% (по массе). X широко распространен в земной коре и живых организмах, а его соли используются в качестве удобрений. Y практически отсутствует в земной коре. Получают его при переработке продуктов деления урана в атомных реакторах. Z оказался наиболее распространенным элементов в доставленных на Землю образцах лунного грунта. В качестве простого вещества он весьма активен; в чистом виде был получен лишь в конце XVIII века. Приведите формулу вещества А.

Биология

1. Почему белки, жиры и углеводы нуждаются в предварительной обработке, прежде чем возможно всасывание их в кровь? Как именно и где конкретно это происходит?
2. В секретной лаборатории ведется работа по выведению мифических животных:

- дракона • единорога
- пегаса • грифона
- кентавра • василиска
- феникса • горгоны Медузы

Как называются такие животные? Какие проблемы возникнут при их выведении и размножении? Смогут ли такие животные существовать где-то в дикой природе, или им необходимы особые условия? Если да, то какие?

3. Известно, что многие микроорганизмы способны быстро приспосабливаться к изменяющимся условиям окружающей среды. Какие процессы и механизмы обеспечивают такую высокую приспособляемость?
4. Для многих животных характерно образование семейных групп, состоящих из одного самца, нескольких самок и их детенышей. При этом известно, что самцов и самок рождается примерно поровну. Для чего необходимо такое «перепроизводство»? Как живут и выживают одинокие самцы? Есть ли у них шанс иметь потомство? Приведите примеры таких видов животных и сделайте вывод о связи типа группирования с образом жизни.
5. По сравнению с бесполом размножением, при котором энергия используется довольно эффективно (в основном идет на рост дочерних организмов), при половом размножении затраты ее велики и неэффективны. Если сперматозоиды, пыльца или яйцеклетки выделяются в воду или воздух и их встреча происходит случайно, миллионы клеток гибнут бесцельно. Если оплодотворение внутреннее, потери гамет меньше, но затрачивается энергия на создание других условий (формирование цветка, привлечение опылителей, формирование половых путей и органов для развития дочернего организма). Так почему же половое размножение сохранилось в процессе эволюции и широко распространено среди растений и животных?