

# Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

## Задания вступительных испытаний. 9 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- **Общий тест необходимо выполнить всем классам вне зависимости от профиля, который вы собираетесь выполнять в дальнейшем.**
- **Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.**
- **Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.**
- **Задания вступительных и общего теста выполняются на отдельных листах. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.**
- **На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.**

### Общий тест

1. Сколько будет  $1234522 \cdot 346435$ ?

- а) 427681629070
- б) 427681629073
- в) 427681659074
- г) 427681659075

2. Петя хочет склеить пазл на 1000 кусочков, чтобы он не разваливался. На то, чтобы склеить 2 готовых куска, он тратит одну секунду. Сколько секунд он потратит на то, чтобы склеить весь пазл?

- а) 1000
- б) 999
- в) 500
- г) 1001

3. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, которые могут как лгать, так и говорить правду. Путешественник встретил 3 островитяна. На вопрос "Есть ли среди вас лжецы?" все трое ответили "да". Сколько среди них хитрецов?

- а) 0
- б) 1
- в) 2
- г) 3

4. Выберите вариант, который соответствует возрастанию интеллектуальных способностей видов на основании количества их хромосом (у человека их 46, у комара 6, у дрозофилы 8, а у кошки 38):

- а) Комар, дрозофила, кошка, человек
- б) Человек, кошка, дрозофила, комар
- в) Дрозофила, комар, кошка, человек
- г) Нельзя судить об интеллектуальных способностях вида по количеству хромосом

5. Фотосинтез - это процесс, который:

- а) Происходит у растений только на свету
- б) Происходит у растений независимо от света
- в) Происходит у растений и имеет две фазы, одна из которых идёт только при свете
- г) Происходит у животных и содержит 3 фазы

6. Какое из перечисленных животных относится к позвоночным?

- а) краб - пальмовый вор
- б) рыбозмей цейлонский
- в) дождевой червь
- г) кальмар обыкновенный

7. Выберите характеристику, НЕ относящуюся к описанию физических волн.

- а) продольные
- б) секущие
- в) сферические
- г) поперечные

8. Чему равна полная механическая энергия тела?

- а) Произведению кинетической и потенциальной энергии.
- б) Модулю потенциальной энергии.
- в) Сумме кинетической и потенциальной энергии.
- г) Квадрату кинетической энергии.

9. В электрочайник налили 500 мл воды при комнатной температуре и поставили его кипятиться. Когда через 5 минут вода закипела, в чайник добавили ещё некоторое количество воды комнатной температуры. После этого вода вновь закипела через 10 минут. Какой объём воды добавили?

- а) 500 мл
- б) 1 л
- в) 1.5 л
- г) 250 мл

10. Столетняя война – это война между?

- а) Римом и Карфагеном
- б) Англией и Францией
- в) Афинами и Спартой
- г) Македонией и Индией

11. Кто из этих деятелей не получал нобелевскую премию по литературе?

- а) Уинстон Черчилль
- б) Бертран Рассел

в) Лев Толстой

г) Иван Бунин

12. Какая из перечисленных религий не является авраамической?

- а) Ислам
- б) Иудаизм
- в) Христианство
- г) Зороастризм

13. Сколько существует вариантов пин-кода, если он состоит из 4 десятичных цифр?

- а) 1024
- б) 5040
- в) 9999
- г) 10000

14. К какому классу программного обеспечения относятся Windows, Linux, Android?

- а) Операционная система
- б) Файловая система
- в) Графическая библиотека
- г) Интернет браузер

15. В кодировке Unicode один символ кодируется 16 битами. Устройство связи способно передавать сообщения по 8 байт. Какая из следующих строк потребует 5 сообщений, чтобы ее передать? Кавычки обозначают начало и конец сообщения и не входят в строку.

- а) "hello world"
- б) "DROP TABLE IF EXISTS students"
- в) "рыбозмей цейлонский"
- г) "калебас"

16. Уравняйте реакцию. В ответе укажите сумму коэффициентов перед продуктами.



17. В основном земля под ногами состоит из

- а) Fe
- б)  $\text{Al}_2\text{O}_3$
- в) C
- г) NaOH

18. У атома водорода отняли электрон, он превратился в

- а) нейтрон
- б) дейтерий
- в) тритий
- г) протон

## Математика

К задачам требуется привести решения. Ответы без решений не проверяются.

- Является ли точным кубом число  $2022^{2021} - 2021^{2022}$ ?
- В бою из 100 пиратов 70 потеряли ногу, 75 - руку, 80 - глаз, 85 - ухо. Докажите, что как минимум 10 человек потеряли и руку, и ногу, и глаз, и ухо.
- Каких натуральных чисел от 1 до 2022 больше: тех, которые кратны 8, но не кратны 9, или тех, которые кратны 9, но не кратны 8?
- Отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, равен полусумме двух других сторон. Докажите, что этот четырёхугольник – трапеция или параллелограмм.
- В поезде метро едут люди. Известно, что не во всех вагонах поровну. Что больше: среднее количество людей в вагоне поезда или среднее количество соседей по вагону у человека? Каждый человек является соседом себе и любому человеку из этого же вагона.
- На доске выписаны числа 1, 2, ..., 20. Разрешается стереть любые два числа  $a$  и  $b$  и заменить их на число  $ab + a + b$ . Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?

7. В парламенте 30 депутатов. Каждый два из них либо дружат, либо враждуют, причём каждый дружит ровно с шестью другими. Каждый три депутата образуют комиссию. Найдите общее число комиссий, в которых все три члена попарно дружат или все трое попарно враждуют.

## Информатика

При решении задач по программированию напишите код программы на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой язык программирования вы используете. Оцените сложность предложенного вами алгоритма.

1. Зачем в языках программирования нужны функции?

2. Докажите логическое равенство:  $X \wedge Y \vee Z = ((\overline{X} \vee \overline{Y}) \wedge \overline{Z})$

Здесь  $\wedge$  - логическое И;  $\vee$  - логическое ИЛИ;  $\overline{A}$  - НЕ A, логическое отрицание переменной A.

3. Камилль пьёт компот в столовой. На столе перед ним стоит ряд из N стаканов. При этом сначала идут пустые стаканы, но, начиная с некоторого номера K, все последующие стаканы содержат компот. Камилля замучала жажда, поэтому он хочет как можно скорее найти первый полный стакан. Помогите ему, написав для этого программу.

### Формат входных данных

В первой строке входных данных находится одно натуральное число N - количество стаканов.

На второй строке находится N чисел, разделенных пробелом. Все числа являются либо 0 - пустой стакан, либо 1 - полный стакан. Сначала в строке идут подряд 0, а начиная с некоторого номера 1.

### Формат выходных данных

Программа должна вывести номер первого полного стакана. Нумерация стаканов начинается с единицы.

### Примеры

входные данные
10
0 0 0 0 0 0 0 1 1 1
выходные данные
8

4. На вход подаётся строка, состоящая из букв A-Z. Необходимо вывести все буквы, которые встречаются в строке, в порядке убывания частот вместе с частотой. В случае равенства частот первой должна идти буква, которая встречается в алфавите раньше.

### Формат входных данных

Строка из букв A-Z

**Формат выходных данных**

$L_1 C_1$

...

$L_k C_k$

где  $L_i$  - буква, входящая с строку,  $C_i$  - число вхождений буквы в строку.

**Примеры**

входные данные
ABRACADABRA
выходные данные
A 5
B 2
R 2
C 1
D 1

5. Рассмотрим алфавитное кодирование, задаваемое схемой:

$a_1 - B_1$

...

$a_n - B_n$

где  $a_i \in \{\text{ш, к, о, л, а}\}$ ,  $B_i \in \{0, 1\}$ ,  $n = 5$ . Алфавитное кодирование называется однозначно декодируемым, если по коду  $C$  можно однозначно восстановить исходное сообщение  $M$ , кодом которого является  $C$ .

а) Определите, является ли однозначно декодируемым кодирование

ш - 000  
к - 001  
о - 011  
л - 100  
а - 110

б) Определите, является ли однозначно декодируемым кодирование

ш - 01  
к - 101  
о - 11  
л - 00  
а - 100

в) Приведите свой пример неоднозначно декодируемого кодирования и обоснуйте, почему оно является таковым.

г) Какую длину должны иметь кодовые слова  $B_1, \dots, B_5$ , чтобы закодированное ими по буквам слово "ИНТЕРНЕТ" имело минимальную длину и однозначно декодировалось? Приведите пример такого кодирования.

6. Перед вами код некоторой программы на двух языках программирования. Внимательно изучите его и ответьте на следующие вопросы.

- Что делает данная программа? Каков формат ее входных и выходных данных?
- Какова сложность алгоритма, реализуемого этой программой? Всегда ли она одинакова, от чего она зависит?
- Подберите **наихудшие** входные данные. То есть такие входные данные, чтобы программа выполнялась наиболее долго.

**Код на C++**

```
#include <iostream>

int partition(int numbers[], int l_bound, int r_bound) {
    int base = numbers[(l_bound + r_bound) / 2];
    int left = l_bound;
    int right = r_bound;
    while (left <= right) {
        while (numbers[left] < base) {
            left += 1;
        }
        while (numbers[right] > base) {
            right -= 1;
        }
        if (left >= right) {
            break;
        }
        int tmp = numbers[left];
        numbers[left] = numbers[right];
        numbers[right] = tmp;
        right -= 1;
        left += 1;
    }
    return right;
}
```

```

void doMagic(int numbers[], int left, int right) {
    if (left < right) {
        int base = partition(numbers, left, right);
        doMagic(numbers, left, base);
        doMagic(numbers, base + 1, right);
    }
}

int main() {
    const int input_size = 10;
    int numbers[input_size];
    for (int i = 0; i < input_size; i++) {
        std::cin >> numbers[i];
    }
    doMagic(numbers, 0, input_size - 1);
    for (int i = 0; i < input_size; i++) {
        std::cout << numbers[i] << "\n";
    }
    return 0;
}

```

### Код на Python

```

def partition(numbers, l_bound, r_bound):
    base = numbers[(l_bound + r_bound) // 2]
    left = l_bound
    right = r_bound
    while (left <= right):
        while (numbers[left] < base):
            left += 1
        while (numbers[right] > base):
            right -= 1
        if (left >= right):
            break
    tmp = numbers[left]
    numbers[left] = numbers[right]
    numbers[right] = tmp
    right -= 1
    left += 1
    return right

```

```

def doMagic(numbers, left, right):
    if (left < right):
        base = partition(numbers, left, right)
        doMagic(numbers, left, base)
        doMagic(numbers, base + 1, right)

def main():
    numbers = []
    input_size = 10
    for _ in range(0, input_size):
        numbers.append(int(input()))
    doMagic(numbers, 0, len(numbers) - 1)
    for i in range(0, input_size):
        print(numbers[i])

if __name__ == "__main__":
    main()

```

7. Юля решила отправить тайное послание Юре. Для этого она пронумеровала все буквы русского алфавита числами от 0 до 32, как показано в таблице 1.

а	б	в	г	д	е	ё	ж	з	и	й	к	л	м	н	о	п
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

р	с	т	у	ф	х	ц	ч	ш	щ	ъ	ы	ь	э	ю	я	
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	

Таблица 1:

Затем Юля и Юра выбрали каждый свою последовательность, состоящую из целых чисел от 0 до 32. Длины этих последовательностей равны длине Юлиного послания. Далее были совершены следующие действия:

1. Юля заменяет первую букву в своем послании числом в соответствии с таблицей.
2. Юля **суммирует** полученное число с первым числом выбранной ею последовательности.

3. Юля берет остаток от деления полученной суммы на 33 и переводит это значение в букву в соответствии с таблицей.
4. Юля выполняет пункты 1-3 для остальных букв в своем послании, после чего получает строку "ФЗХЯЧЦАЙХПЛСТЭСАС" и отправляет ее Юре.
5. Юра аналогично суммирует числовые значения букв полученной от Юли строки с числами выбранной им последовательности. После взятия остатка от деления на 33 для каждой полученной суммы, он получает строку "ЮШУЖОИВЙРНАУОЕЦАШ" и отправляет ее Юле.
6. Юля вычитает из числового значения букв полученной от Юры строки числа выбранной ею последовательности. Если получается отрицательное число, прибавляет к нему 33.
7. Переведя полученные числа в буквы в соответствии таблицей, Юля получает строку "МРВЗЗЫПЯЭЮЁНЙИНЛЖ" и отправляет ее Юре.

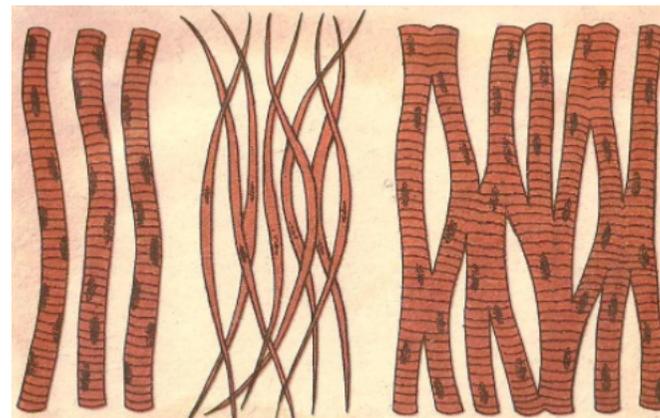
Теперь Юра знает, что хотела сказать ему Юля, а вы?

## Биология

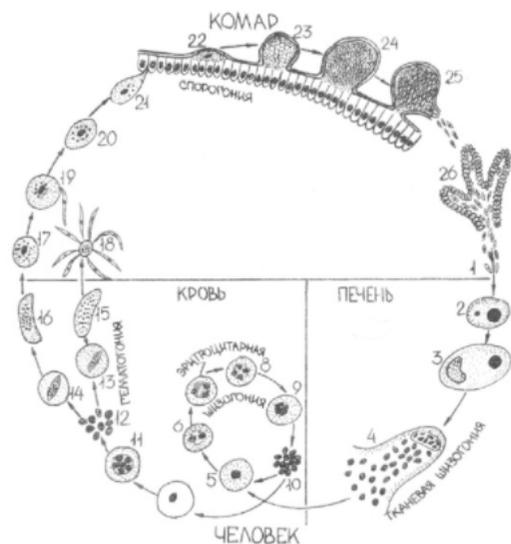
1. Известно, что деление растительной клетки отличается от деления животной, образуется не перетяжка, а специфическая для растительной клетки структура - фрагмопласт. Предположите, в чем причина такого отличия клеточного деления, в какой стадии клеточного цикла образуется фрагмопласт, каково его строение. Опишите, как может выглядеть митоз в растительной клетке.
2. Приведите примеры ситуаций, когда антропогенные воздействия приводят виды к биологическому прогрессу.
3. У канареек наличие хохолка — доминантный аутосомный признак; сцепленный с полом ген  $X^B$  определяет зелёную окраску оперения, а  $X^b$  — коричневую. У птиц гомогаметный пол мужской. Скрестили самку с хохолком и коричневым оперением с самцом без хохолка и с зеленым оперением. В потомстве все птенцы имели хохолок, но разную окраску. Определите генотипы родителей и потомства, соответствующие их фенотипам, возможный пол потомства.
4. Метод баркодирования ДНК позволяет по коротким генетическим маркерам (участкам ДНК) определять принадлежность организма к тому или иному таксону без расшифровывания полного генома. Очень часто в качестве маркера используют часть митохондриального гена цитохромоксидазы I. Как вы думаете, почему был выбран именно этот ген? Назовите как можно больше его достоинств и недостатков. В каких случаях определение организма данным методом будет неправильным или невозможным?

5. Целлюлоза могла бы быть очень дешевой и доступной формой глюкозы, но люди не могут ее переварить. Почему мы не можем ее переваривать, а некоторые другие животные могут? Если бы вам предложили процедуру, которая позволила бы вам приобрести такую способность, вы бы согласились?

6. Корнелий Сципион Младший сидит на биологии с Лидой Угрюмовой, которая ему нравится. Учительница биологии выдала ей персональное задание, и он, как джентльмен, решил ей подсказывать. Помогите ему произвести впечатление на Лиду, решив за него несколько вопросов из задания.



- а) Какая ткань изображена на данном рисунке?
  - б) Какие типы этой ткани вы видите? Напишите, в каких органах можно встретить каждый тип?
  - в) Опишите отличия каждого типа ткани (из какого листка развивается, какие сокращения характерны, особенности клетки, наличие исчерченности)
  - г) Какие два типа клеток характерны для третьего (самый правый) типа ткани? Каковы функции данных групп клеток? В чем их отличие друг от друга?
7. На рисунке представлен цикл малярийного плазмодия.



На основании цикла и своих знаний ответьте на вопросы:

- Кто является основным хозяином малярийного плазмодия? Кто является промежуточным хозяином? В чем отличие между промежуточным хозяином и основным?
- Какие типы клеточных делений могут встретиться в цикле и как они влияют на ploidy дочерних клеток? Что такое шизогония? Какие её характерные особенности?
- Опишите процессы, происходящие в организме комара (стадии 17-1).
- В чем заключается патологическое действие малярийного плазмодия на человека?
- Сопоставьте название, ploidy и цифру клетки (заполните таблицу 2):

Название	Плоидность	Цифра
Микрогамонты		
Макрогамонты		
Червеобразная зигота		
Ооциста		
Спорозоит		
Шизонты		
Мерозоиты		

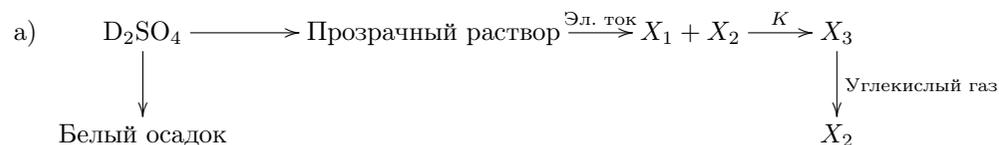
Таблица 2:

- У жителей тропических и субтропических стран, по статистике, часто встречается такое заболевание, как серповидноклеточная анемия. Как вы думаете, связано ли это с малярийным плазмодием? Если да, то предположите как.

**8.** Где находится хрусталик и какие функции выполняет? Опишите заболевания, связанные с нарушением деятельности хрусталика. Какие линзы нужно прописать больным данными заболеваниями? Каково послойное строение органа, в котором находится хрусталик (можно нарисовать и подписать)? Что такое анализатор? Опишите зрительный анализатор. Что такое палочки и колбочки?

## Химия

- К раствору, содержащему 4,76 г хлорида металла II группы, прибавили избыток раствора нитрата серебра. Образовался осадок массой 8,61 г. Определите металл.
- Что такое аллотропия? Элемент X имеет 2 аллотропные модификации. Одна жёлтого цвета, другая - тёмно-серого, и представляет собой слои из циклов  $X_6$ . Известно, что элемент X образует два оксида:  $X_2O_3$  и  $X_2O_5$ . Установите элемент X, напишите формулу гидроксида, соответствующего второму оксиду, укажите, к какому классу веществ он принадлежит, и какие свойства проявляет. Проиллюстрируйте свой ответ уравнениями реакций.
- Юный химик хочет получить дигидроксокарбонат меди  $((CuOH)_2CO_3)$ . В его распоряжении медная пластинка и неограниченное количество соединений из химической лаборатории. Какие реагенты могут ему понадобиться? Напишите уравнения реакций синтеза и опишите наблюдаемые признаки реакций.
- Напишите уравнения реакций и расставьте коэффициенты в следующих цепочках:



б) Углекислый газ → Соль → Пищевая сода → Синий раствор → Малахит

5. Ковалентным радиусом атома называется половина расстояния между ядрами атомов, связанных ковалентной связью. Ковалентный радиус атома С составляет 75 пикометров (пм), атома кислорода - 64 пикометра (пм). Определите размер молекулы  $CO_2$ . Сколько молекул  $CO_2$  нужно выстроить в ряд, чтобы измерить ваш рост? (1 пм =  $10^{-12}$  м).

## Физика

1. Центры масс баскетбольного и теннисного мячей изначально находятся на одной высоте над горизонтальной твёрдой поверхностью. Мячи одновременно отпускают. В отличие от баскетбольного, теннисный мяч подлетает после отскока на высоту большую, чем та, на которой мячи находились изначально. Объясните явление.

2. Предложите несколько способов измерения силы, необходимой для обрыва швейной нити. Использовать можно любое оборудование. Оцените погрешность измерения искомой величины с помощью предложенных вами методов.

3. Белоснежка поет в первой октаве. Её границы — от 232 до 491 Гц. Считая, что ноты равноудалены друг от друга, вычислите минимальное расстояние, на котором должен стоять каждый из семи гномов, чтобы на каждого приходился пик одной из семи нот?

4. Два точечных тела, находящихся в одной точке пространства, брошены в разные стороны под одинаковыми углами к горизонту в  $45^\circ$ . Модули скоростей двух тел отличаются в два раза. Через какое время  $\tau$  угол между векторами скоростей станет равен начальному значению?

5. Оцените высоту стационарной орбиты для спутника Марса. Длительность суток считать такой же, как на Земле. Масса Марса  $M = 6.42 \cdot 10^{23}$  кг, радиус планеты  $R = 3400$  км.

6. "Гелий вдвое тяжелее водорода, следовательно, подъемная сила шаров и дирижаблей с гелием должна уменьшиться вдвое по сравнению с использованием водорода". Верно ли данное утверждение? Приведите расчёты.

## Гуманитарные науки

Здравствуйте! Вам предстоит написать вступительный экзамен кафедры гуманитарных наук. Задания экзамена относятся к разным дисциплинам, выполнять их можно в любом порядке. Мы советуем в первую очередь обратить внимание на задания тех дисциплин, в которых вы чувствуете себя наиболее уверенно. Мы не требуем выполнения всех задач, содержащихся в экзамене. К каждой задаче следует относиться как к возможности проявить свои знания и навыки.

1. Будем говорить, что два слова входят в один грамматический класс, если эти слова могут изменяться по одинаковым грамматическим категориям (примеры грамматических категорий — падеж, число, время и т. п.).

Разбейте на грамматические классы следующие слова: *верблюд, который, кто, лисий, мужичьё, некто, пятый, пять, белый, три, четыре*.

Для каждого класса укажите, по каким грамматическим категориям изменяются слова, в него входящие.

2. Чем отличаются омонимы от многозначных слов? Дайте подробный ответ.

3. Укажите пропущенное слово (обозначается звёздочками) в следующем предложении: "\*\*\* в преступлении признается лицо, совершившее деяние умышленно или по неосторожности"

4. Супруги Филипповы, имеющие двух общих несовершеннолетних детей, решили расторгнуть брак и обратились в орган ЗАГСа по месту их жительства. Через две недели после подачи заявления о разводе брак был расторгнут и супругам выдано свидетельство о расторжении брака. Есть ли в данной ситуации нарушения законодательства? Ответ обоснуйте.

5. Чем известен Иван IV? Когда он правил? Как его политика повлияла на дальнейшую историю России?

6. Ренессанс известен как период развития науки и искусств, идеалов гуманизма. В это время знать начинает украшать дома найденными при раскопках, древнеримскими статуями, а художники, нарушая запреты церкви, начинают изучать анатомию. Этот период начался и в Италии в конце XIV века.

Назовите трех деятелей этой эпохи. Что возрождал ренессанс?

7. Проанализируйте лирическое стихотворение, постарайтесь понять, о чём оно. Ваша работа должна представлять собой связный текст. При выполнении обратите внимание на звуковую организацию, ритмику, рифмовку, строфику, композицию, средства художественной выразительности, образный ряд. Постарайтесь найти логику в смене образов в этом стихотворении – как вы думаете, почему она именно такова?

## СТАРЫЕ ПИСЬМА

А. А. ФЕТ

Давно забытые, под легким слоем пыли,  
 Черты заветные, вы вновь передо мной  
 И в час душевных мук мгновенно воскресили  
 Всё, что давно-давно утрачено душой.  
 Горя огнем стыда, опять встречаются взоры  
 Одну доверчивость, надежду и любовь,  
 И задушевных слов поблекшие узоры  
 От сердца моего к ланитам гонят кровь.  
 Я вами осужден, свидетели немые  
 Весны души моей и сумрачной зимы.  
 Вы те же светлые, святые, молодые,  
 Как в тот ужасный час, когда прощались мы.  
 А я доверился предательскому звуку –  
 Как будто вне любви есть в мире что-нибудь! –  
 Я дерзко оттолкнул писавшую вас руку,  
 Я осудил себя на вечную разлуку  
 И с холодом в груди пустился в дальний путь.  
 Зачем же с прежнею улыбкой умиления  
 Шептать мне о любви, глядеть в мои глаза?  
 Души не воскресит и голос всепрощенья,  
 Не смоет этих строк и жгучая слеза.

1859

8. Можно ли использовать аналогию в качестве аргумента в дискуссии? Ответ обоснуйте, приведите пример.

9. Решите задачу.

Только злые граждане либо воруют, либо обманывают. Этот гражданин добрый.

- Этот гражданин не ворует, но обманывает.
- Этот гражданин ворует, но не обманывает.
- Этот гражданин ворует и обманывает.
- Ни один вариант из вышеперечисленных.

10. Выберите одну из тем, напишите по ней эссе. Рекомендуемый объем эссе - 200 слов. Удачи!

- «Причина, по которой люди создают общество, — сохранность их собственности». (Джон Локк)
- «Всякий замкнут в своём сознании, как в своей коже, и только в нем живет непосредственно». (Артур Шопенгауэр)
- «Нет высказывания, которое не предполагало бы других высказываний». (Мишель Фуко)

## Экономика

Справка: вершина параболы  $ax^2 + bx + c$  имеет  $x$ -координату  $x^* = \frac{-b}{2a}$

1. Витя получил на поход в магазин  $I$  карманных денег. Он собирается потратить деньги только на два товара - чипсы ( $x$ ) и кока-колу ( $y$ ) (количество благ может быть нецелым). Его полезность от их потребления задается функцией  $U(x, y) = xy + \alpha x$ ,  $\alpha \geq 0$ . Цены на данные продукты составляют соответственно  $p_x$  и  $p_y$ . Витя максимизирует полезность.

а) Определите, сколько чипсов и кока-колы потребит Витя, если значения указанных величин равны  $I = 100$ ,  $p_x = 10$ ,  $p_y = 40$ ,  $\alpha = 0,5$ .

б) Считая параметры  $I, p_x, p_y$  известными, определите, сколько чипсов и кока-колы потребит Витя в зависимости от  $\alpha$  и постройте график  $x(\alpha)$

2. Два соседа - Павел Павлович и Василий Васильевич - выращивают у себя на полях пшеницу и свеклу соответственно (исключительно на продажу, однако они не обязаны продавать весь урожай). У Павла поле площадью  $11\text{м}^2$  и комбайн, позволяющий на  $S\text{м}^2$  вырастить  $S^2$  кг культуры, у Василия - поле площадью  $13\text{м}^2$  и комбайн, который на  $S\text{м}^2$  позволяет выращивать  $10S$  кг. Павел всю произведенную пшеницу продает на совершенно конкурентном рынке по цене  $P_{\text{п}} = 10$  рублей, а Василий, напротив, на рынке свеклы является монополистом, спрос на его продукцию описывается уравнением  $P_c = 300 - Q_c^{[1]}$ , где  $Q_c$ -количество проданной свеклы(в кг),  $P_c$ -цена проданной свеклы(в рублях).

Однажды Василий пришел к соседу с предложением обменять комбайны и пообещал доплатить ещё  $X$  рублей.

а) Оцените  $X$  (укажите интервал его возможных значений).

б) А если цена пшеницы равна  $P_{\text{п}} = 40$  рублей?

<sup>[1]</sup>То есть он выбирает производимое количество, а цена продажи под это количество подстраивается.

3. Три профессора Степан, Иван и Василий выбирают, какую стратегию проверки экзамена выбрать - мягкую или жесткую. Каждый хочет быть в глазах дру-

гих жестким профессором, но вообще они люди добрые, поэтому их предпочтения устроены следующим образом (чем выше, тем предпочтительнее):

Проголосовал за жесткую
Приняли мягкую
Проголосовал за мягкую
Приняли мягкую
Проголосовал за жесткую
Приняли жесткую
Проголосовал за мягкую
Приняли жесткую

Они голосуют по очереди: сначала Степан, затем Иван, и в конце Василий. Определите, за что проголосует каждый из них и какая стратегия будет в итоге принята, если каждый максимизирует свою полезность и знает о предпочтениях остальных.

4. Спрос на рынке некоторого товара задан уравнением

$$Q_d(P) = \begin{cases} 240 - 3P, & P \leq 80 \\ 0, & P > 80 \end{cases}$$

где  $P$  – цена товара,  $Q$  – количество товара. Предложение задано как  $Q_s = 2P$ . В результате экономического роста спрос **при каждом значении цены** вырос на величину  $Q_0$ . Направив ось  $Q$  по оси абсцисс( $x$ ) и  $P$  по оси ординат( $y$ ), покажите на графиках следующее:

1) Первоначальное равновесие. Равновесие при разных значениях  $Q_0$ . Постройте график  $P^*(Q_0)$ , где  $P^*$  – равновесная цена.

2) Пусть правительство ввело на рынке потолок цен  $\bar{P}$  меньше равновесной. Постройте график дефицита товара – превышения спроса над предложением в зависимости от  $\bar{P}$ , считая  $Q_0$  известным параметром (возможно, будет не один график!).

Считайте, что равновесие достигается на пересечении спроса и предложения.