

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Задания вступительных испытаний. 10 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- **Общий тест необходимо выполнить всем классам вне зависимости от профиля, который вы собираетесь выполнять в дальнейшем.**
- Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.
- Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.
- Задания вступительных и общего теста выполняются **на отдельных листах**. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.
- На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.

Общий тест

1. Из 300 школьников, поступающих в летнюю школу, на смену были приглашены 108 человек. Какую часть от всех школьников приняли в летнюю школу?
2. Андрей и Гриша затеяли игру. Гриша бросает одновременно две игральные кости. Если сумма выпавших очков будет кратна 4, выигрывает Гриша, иначе — Андрей. Какова вероятность, что Гриша победит?
3. Чему равна сумма всех чётных чисел от 1 до 2019?
4. Когда Гулливер попал в Лиллипутию, он обнаружил, что там все расстояния в 12 раз короче, чем на его родине. Сколько лиллипутских спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?
5. Для разведения костра Саше нужно заготовить 100 поленьев длиной 20 см. Что выгоднее иметь Саше: 20 бревен по 1 м или 10 бревен по 2 м?
6. Кот Матроскин решил полакомиться сушеной рыбкой. Он знает, что свежая рыбка обычно содержит 84% воды, а высушенная — 20%. Сколько кг свежей рыбки нужно взять Матроскину для получения 1 кг сушеной рыбки?
7. Зондеры вышли в поход из лагеря «Солнечный». Через 5 часов 20 минут вслед за ними выехал автомобиль, который догнал зондеров через 20 км. С какой скоростью (в км/ч) шли зондеры, если скорость автомобиля на 12 км/ч больше скорости зондеров? Считать, что зондеры и автомобиль движутся по одной и той же дороге.
8. Делимое в семь раз больше делителя, а делитель в семь раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

9. В комнате находятся 100 воздушных шаров — красных и синих. Известно, что:

- А) по крайней мере один из шаров красный;
- Б) из каждой произвольно выбранной пары шаров по крайней мере один синий.

Сколько в комнате красных шаров?

10. Прямоугольник составлен из 6 квадратов (см. рисунок 1). Найдите сторону самого большого квадрата, если сторона самого маленького равна 1. (Линейкой пользоваться нельзя).

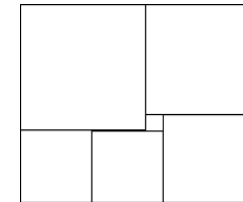


Рис. 1: К задаче 10

Математика

1. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = \angle C = 60^\circ$, $AB = 5$, $BC = 6$. Найдите CD .
2. В трехмерном пространстве задана система координат. В начальный момент времени точка находится в $(0, 0, 0)$, разрешается совершать шаг длины 1, параллельно любой из координатных осей. Сколькими способами можно добраться в точку $(k, 2k, 3k)$?
3. Рассматривается последовательность $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$
 - А) Существует ли арифметическая прогрессия длины 4, составленная из членов этой последовательности?
 - Б) Можно ли составить арифметическую прогрессию бесконечной длины из этих чисел?
 - В) Может ли в прогрессии быть ровно k членов, где k — произвольное натуральное число?
4. Мэр города хочет построить новые высотки. Он считает, что суммарная высота новых домов должна быть 30 этажей. Так же он придумал, чем себя развлечь после постройки: он будет по очереди подниматься на самый верхний этаж каждого нового дома и считать число высоток, которые строго ниже, а затем сложит все числа, после того, как обойдет все новые дома. Как построить новые дома так, чтобы итоговая сумма получилась наибольшей? Найдите эту сумму.
5. В равнобедренном треугольнике $\triangle ABC$ с основанием AC на стороне AB отметили точку K такую, что $\angle ABC = 4 \times \angle ACK$. Докажите, что $BC + BK = 2BM$, где BM — медиана $\triangle ABC$.
6. Решить уравнение:

$$\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{2 \cos x - \sin x} = \cos 2x.$$
7. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} (x^2 + y^2)(x + y) = 15xy, \\ (x^4 + y^4)(x^2 + y^2) = 85x^2y^2. \end{cases}$$

8. Известно, что $a^5 - a^3 + a = 2$. Докажите, что $a^6 > 3$.

Физика

1. Объясните, почему вы можете встать с кровати, хотя по закону всемирного тяготения $F = \frac{GmM}{R^2}$ из-за того, что расстояние между вашей спиной и матрасом стремится к нулю ($R \rightarrow 0$), сила должна стремиться к бесконечности ($F \rightarrow \infty$).

2. Как известно, центр масс тела может приобретать ускорение только под действием приложенной к телу внешней силы, однако вы можете проехать через комнату на офисном стуле на колёсиках, не касаясь пола ногами. Если ваши судорожные движения на стуле связаны с внутренними силами, то за счёт чего центр масс системы из вас и стула передвигается в одном направлении?

3. Шарик прыгает по наклонной плоскости, ударяясь об неё абсолютно упруго. Угол наклона плоскости, величина и направление скорости шарика в момент первого удара о плоскость — произвольные. Докажите, что удары шарика о плоскость происходят через равные промежутки времени. Ускорение свободного падения g .

4. Система из восьми одинаковых зарядов, расположенных в вершинах куба, удерживается верёвками. Найти ускорение каждого заряда после одновременного перегорания верёвок.

5. Планета сферической формы массы M и радиуса R составлена из однородного жидкого вещества. Ускорение свободного падения на её поверхности равно g . Планета не имеет атмосферы и не вращается вокруг своей оси. Найдите давление в центре этой планеты.

6. Пучок света от лазера падает на боковую грань равнобедренной прямоугольной призмы и выходит под углом 90° . Если к наклонной грани приложить сухую черную бумагу, то ничего не изменится. Однако если приложить мокрую черную бумагу, то интенсивность выходящего из призмы света резко уменьшится. Объясните демонстрируемое явление.

Химия

1. Ответьте на следующие вопросы:

- А) Что такое соли? Перечислите типы солей, приведите примеры (не более трёх).
 Б) Приведите пример соли, нерастворимой в воде, но растворимой в кислотах.
 В) Приведите примеры соли (не более трёх), при растворении которой уменьшается показатель кислотности (pH). Укажите реакции, которые при этом протекают.

2. Какие углеродсодержащие вещества не относят к органическим? Приведите примеры реакций (не более трёх на каждый случай), удовлетворяющих следующим схемам:

А) органическое \rightarrow неорганическое;

Б) неорганическое \rightarrow органическое.

В) органическое + неорганическое \rightarrow органическое + неорганическое;

3. Напишите цепочки превращений, расставьте коэффициенты и укажите условия протекания реакций:

А) $Al \rightarrow Al_2(SO_4)_3 \rightarrow Al(NO_3)_3 \rightarrow Al_2O_3 \xrightarrow{Na_2O, t} \dots$

Б) Рисунок 2

В) Рисунок 3

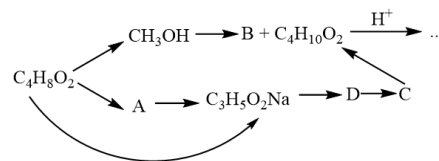


Рис. 2: К задаче 3

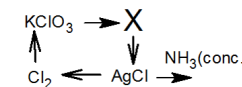


Рис. 3: К задаче 3

4. Ответьте на следующие вопросы:

А) Какие виды выражения концентраций в химии вам известны?

Б) Известно, что температура кипения (в K) водных растворов карбоната калия зависит от его содержания (в $\frac{r(K_2CO_3)}{kg(раствора)}$) следующим образом: $T = 9 \cdot 10^{-5} \cdot s^2 + 2,2 \cdot 10^{-2} \cdot s + b$.

- На сколько (в K) увеличится температура кипения при увеличении содержания K_2CO_3 от 150 г/кг к 250 г/кг?
- Чему равна константа b ?
- Какое мольное соотношение ($K_2CO_3 : H_2O$) будет у смеси с температурой кипения $773K$? Какой вывод можно сделать из полученного значения?

5. При полном сгорании в токе кислорода образца В массой 1 г происходит образование воды (0,2302 г), углекислого газа (0,802 л) и тяжёлого газа зелёного цвета X (0,1719 л). (Объёмы газов даны при н. у.). При взаимодействии такого же образца с водным раствором щёлочи происходит образование продукта П (0,4032 г), который может взаимодействовать с соляной кислотой. Установите возможный состав образца В, укажите возможные изомеры содержащихся в нём соединений, приведите все указанные в тексте задачи реакции.

6. Получите 10 веществ из веществ, входящих в состав морской воды.

Биология

Внимание! Если вы не знаете «точно» или у вас есть только идея, как задача должна решаться, то не нужно останавливаться, пробуйте развивать мысль и у вас всё получится!

8 классу желательнo решить 3 номера, 9 классу – 5 номеров, 10 классу – 7 номеров. Больше решать можно; меньше – не бессмысленно.

1. «Препарат нитроглицерин увеличивает просвет сосудов, преимущественно венозных, т.к. расслабляет гладкие мышцы, что снижает нагрузку на орган X, улучшает кровоток, но вызывает расширение менингеальных сосудов, чем объясняется головная боль при его применении». Как вы считаете, на какие органы кровеносной системы сильнее всего подействует данный препарат? Назовите орган X. В результате действия нитроглицерина в организме понижается давление, предложите несколько способов поднять давление и вернуть его в норму. Рассчитайте, сколько препарата останется в организме через 2 часа, расчёты выполните, используя формулу полувыведения препарата*, если было введено 32 мг препарата, а период полувыведения равен 20 минутам.

* : $M = M(0)\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{t}{T}\right)}$, где $M(0)$ – начальная масса, M – конечная масса, t – время нахождения препарата в организме, T – период полувыведения.

2. На рисунке 4 цифрой 1 обозначена часть органа растения в поперечном срезе. Определите, срез какого растения изображен (отдел, класс). Назовите эту ткань, напишите ее функции. Изобразите продольный срез органа, подпишите его основные элементы. По каким признакам можно установить, ткань живая или неживая?

3. Существо Лунтик в одноименном мультфильме является приемным сыном Бабы Капы (рабочая пчела) и Генерала Шера (трутень). Объясните с биологической точки зрения, почему у них не получится завести собственного «ребёнка». Опишите кровеносную и дыхательную систему Бабы Капы. Опишите развитие Генерала Шера.

4. Животные, проживающие в определенном типе климата и местности, как правило, обладают набором признаков, типичных для этого типа местности. Назовите как можно больше признаков для животного, обитающего в степи.

5. Студент второго курса медицинского университета ехал домой в маршрутке после трёх пар и лекции по физиологии. Когда он увидел на билборде рекламу фастфуда, у него началось обильное слюноотделение. Как вызывается слюноотделение? Какие вещества содержатся в слюне и как они влияют на переваривание пищи? Будет ли у студента осуществляться слюноотделение, если перерезать нервы, отходящие от языка?

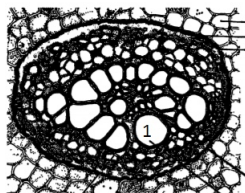


Рис. 4: К задаче 2

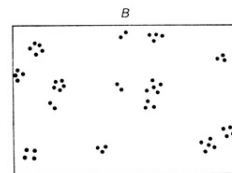
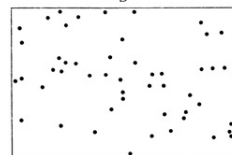
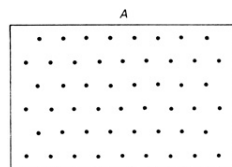


Рис. 5: К задаче 10

Обоснуйте свой ответ.

6. В ходе эксперимента на мышках, ученые выделили некий новый белок Z, функции которого оказались неизвестны. Предложите как можно больше способов определить функции этого белка в организме мыши?

7. В королевстве N очень ценились мужчины с минимальным волосатым покровом на теле. Король Людвиг ван Лысый женился на лысой царевне Львовне, та родила ему двух сыновей, первый сын был так же лишен волос, как и отец, а второй родился с повышенной волосатостью. Король разгневался и велел посадить свою жену в темницу. Как вы считаете, виновата ли царевна Львовна в происшедшем? Ответ обоснуйте расчётами.

8. «Ведущим и единственным направляющим фактором видообразования является естественный отбор». Докажите или опровергните это суждение с конкретными примерами. Какие факторы влияют на разделение одного вида на два? Какие факторы влияют на выживание видов?

9. Селекционеры вывели новый сорт томатов, обладающих следующими признаками, отвечающими за цвет и форму плода: красный (доминантный) и синий (рецессивный), круглый (доминантный) и квадратный (рецессивный). Опишите распределение по генотипам и фенотипам потомства двух дигетерозигот, если гены, отвечающие за цвет и форму плода:

А) наследуются независимо;

Б) наследуются сцепленно;

В) наследуются сцепленно, происходит кроссинговер, расстояние между генами 30 сМ.

Морганиды (сМ) – условная единица, расстояние между генами на хромосоме.

10. Определите общее для изображенных рисунков (5-А, 5-Б, 5-В) явление. Что обозначено буквами А, Б, В? Может ли быть другой вариант изображения для данного явления? Изобразите, если считаете, что да. Если считаете, что нет, то обоснуйте. Назовите примеры организмов, для которых характерно А, Б, В. Как определить, характерно ли для данного организма А, Б или В? Предложите метод.

Информатика

1. Дайте развернутые ответы на вопросы:

А) Какие существуют языки программирования? Почему их так много? Какие преимущества и недостатки каждого из языков, которые вы знаете?

Б) Что такое список? Для решения каких задач он используется? Опишите реализацию списка на любом языке программирования.

В) Чем принципиально отличается процесс хранения информации на жестком диске от хранения в оперативной памяти?

2. Нормальный алгоритм Маркова – это конечный упорядоченный набор формул подстановки $\alpha_1 \rightarrow \beta_1, \dots, \alpha_n \rightarrow \beta_n$, где α_i и β_i – произвольные слова над алфавитом A . Каждая из формул обозначает замену левого слова на правое. Алфавит – это набор символов, к словам из которых применяется алгоритм. Слово – это произвольная последовательность символов алфавита. Слово может быть пустым. Алгоритм работает следующим образом: из списка формул подстановки выбирается первая, которая может быть выполнена, и во входном слове выполняется соответствующая замена. Полученное новое слово является результатом текущего шага, подлежащим дальнейшей переработке на следующем шаге. После изменения слова алгоритм будет проходить по списку замен с начала.

Алгоритм останавливается в двух случаях: ни одна из формул не может быть выполнена или вместо \rightarrow использован специальный символ останова \mapsto .

Пример: если применить алгоритм

$$*a \rightarrow b* \quad *b \rightarrow a* \quad * \mapsto \rightarrow *$$

к слову abb над алфавитом $A = \{a, b\}$, то пошагово программа будет выполняться так: $abb \rightarrow *abb \rightarrow b*bb \rightarrow ba*b \rightarrow baa* \rightarrow baa$.

Обратите внимание: формула с пустой левой частью применима к любому слову. (Пустое слово всегда присутствует перед любым словом).

Задача: Под «единичной» системой счисления понимается запись неотрицательного целого числа с помощью палочек — должно быть выписано столько палочек, какова величина числа. Требуется для произвольного слова алфавита $A = \{\mid\}$ получить его запись в троичной системе счисления. Например, при вводе $\mid\mid\mid$ алгоритм должен выдать 10 и остановиться. Для пустого слова алгоритм выводит пустое.

3. У Артема есть 3 элемента: “И”, “ИЛИ”, “НЕ” (рис. 6) и неограниченное число проводов. По проводам идут сигналы “0” или “1”, элементы работают, как в алгебре логики. Помогите Артему собрать элемент, на входе которого 8 проводов, соответствующих числам $0 \dots 7$, а на выходе – 3 провода, соответствующих разрядам числа в двоичной записи. На один из входных 8 проводов будет подаваться сигнал “1”, на остальные – “0”. На выходе должно получиться число в двоичном виде. Например, если “1” подается на провод 5, то на выходе на первом и третьем проводе будет “1”, а на втором – “0”, т.к. $5_{10} = 101_2$.

Пример схемы: элемент, который делает из 2-х однобитовых чисел a и b их сумму: двухбитовое число $a + b$ (рис. 7).

Вам будут предложены для решения несколько задач по программированию. При решении сначала опишите **идею алгоритма** словами, затем напишите **код программы** на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой **язык программирования** вы используете. Оцените **сложность** (количество элементарных операций, требуемое для завершения) предложенного вами алгоритма.

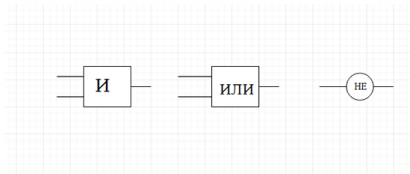


Рис. 6: К задаче 3

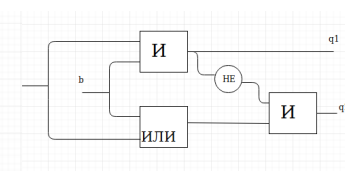


Рис. 7: К задаче 3

4. На вход программы подаются три натуральных числа. Вычислить корень степени, равной минимальному из этих чисел, из среднего арифметического этих чисел.

5. Напишите программу, которая решает квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. На вход подаются коэффициенты a , b и c соответственно. Программа должна вывести действительные корни, если они есть, и соответствующее сообщение об ошибке, если действительных корней не существует.

6. На вход программы подается строка вида “<целое число> <название операции> <целое число>”. Название операции может быть четырех видов: *плюс*, *минус*, *умножить*, *разделить* (имеется в виду целочисленное деление). Программа должна вывести результат данной операции. Считать, что ввод корректный.

Пример :

Входные данные: 30 разделить 4

Выходные данные: 7.

7. На вход программы подается последовательность целых чисел. Известно, что одно из чисел отличается по знаку от остальных. Вывести эту последовательность чисел, циклически сдвинутую вправо на модуль этого числа. Считать, что ввод корректный.

Гуманитарные науки

Для получения максимального балла достаточно выполнить правильно любые 5 заданий, при этом написать эссе. Работы без написанных эссе не проверяются!

- Прочитайте стихотворение.
 - К какому виду лирики относится данное произведение?
 - Традиция какого направления прослеживается в произведении? К какому направлению относится данное произведение? Почему?
 - С помощью каких приемов создается образность произведения?
 - К какому историческому периоду относится данное стихотворение? Как это отражается в лирике?
 - Зачем поэт вводит «греческую тему» в произведение?
- Что такое "застой"? В какие годы и чей период правления он происходил? Каковы

В.Г. Кюхельбекер, 1821

К Ахатесу

Ахатес, Ахатес! Ты слышишь ли глас,
Зовущий на битву, на подвиги нас?
Мой пламенный юноша, вспрянь!
О друг, – полетим на священную брань!
Кинит в наших жилах веселая кровь,
К бессмертью, к свободе пылает любовь,
Мы смелы, мы молоды: нам
Лететь к Марафонским, святым знаменам!
Нет! нет! – не останусь в убийственном сне,
В бесчестной, глухой, гробовой тишине;
Так! ждет меня сладостный бой –
И если паду, я паду как герой.
И в вольность, и в славу, как я, ты влюблен,
Навеки со мною душой сопряжен!

Мы вместе помчимся туда,
Туда, где восходит свободы звезда!
Огонь запылал в возвышенных сердцах:
Эллада бросает оковы во прах!
Ахатес! нас предки зовут –
О, скоро ль начнем мы божественный труд!
Мы презрим и негу, и роскошь, и лень.
Настанет для нас тот торжественный день,
Когда за отчизну наш меч
Впервые возблещет средь радостных сеч!
Тогда, как раздастся громов перекал,
Свинец зашипит, загорится булат, –
В тот сумрачный, пламенный пир,
"Что любим свободу поверит нам мир!"

* : Ахатес - герой "Энеиды" Вергилия. Лететь к Марафонским, святым знаменам. – Имеется в виду современная Греция, восставшая против угнетателей; при Марафоне в 490 г. до н. э. греки победили персов.

были причины этого явления? Как оно повлияло на дальнейшую историю России? Опишите взаимоотношения культуры и власти в эти годы.

3. Известно, что если положить в банк небольшую сумму в молодости, то к пенсии за счет набравших процентов на эту сумму можно будет безбедно жить. Почему же все равно никто так не делает?

4. Семья Брюсовых решила оформить брачный договор в суде. Придя после заключения брака, они составили несколько пунктов:

- А) После развода квартира будет отходить супругу
- Б) Их сын имеет право видеться с бабушкой лишь 2 раза в неделю
- В) После развода собака будет поделена пополам
- Г) Кольца и колье, подаренные супругом, будут разделены пополам
- Д) Супруга обязана проживать в квартире супруга и убираться не реже, чем 2 раза в неделю
- Е) Машина, купленная супругой до брака, останется у супруги
- Ж) Медали, полученные супругом, после развода останутся у него же

Найдите все ошибки в правовом тексте. Исправьте их.

5. Раскройте скобки, вставьте недостающие знаки препинания. На месте пропуска может быть любое количество букв и знаков, а может даже оказаться динозавр. Удачи! Вам часто говорили что ска(..)ка Колобок детское пр(..)изв(..)дение которое не(..)достойно особого внимания л(..)т(..)ратур(..)ведов? Да я знаю что это так. Но это наглая лож(..)!

Колобок учит нас одной простой зап(..)веди не во(..)г(..)рдись! В(..)начале колобок когда убегал(..)т о зайца и волка находил(..)ся в г(..)рмони(..) с ж(..)вотными. Он не хочет конфликтов пытается их сгладить и уйти от них. Однако медведю он уже кричит где тебе к(..)с(..)лапому съесть меня и катит(..)ся дальше. Колобок во(..)гордился почув(..)овал себя не(..)уязвимым за это он ра(..)платился своей жизнью его съела л(..)сица которая воспользовалась т(..)еслави(..)м и сам(..)любием главного героя. В ска(..)ке можно найти и мотив блу(..)ного сына ухода из род-

ного дома потеря моральных ориентиров и ... возвращение (но герой сказки не осознал своего греха за что и был наказан без права во(..)врата к своим корням).

6. Ребенок, который никогда не изучал грамматику русского языка, обратился к работам известного лингвиста А.А. Зализняка. В недоумение его привело утверждение, что не все движущиеся объекты являются одушевленными существительными. И слово "покойник оказывается, тоже одушевленное существительное. Помогите Андрею Антольевичу доказать маленькому неучу данное утверждение с помощью грамматических доводов (морфологического анализа существительных), ведь сам А. А. Зализняк уже не в состоянии этого сделать. Используйте метод сравнения(компаративистики).

Например, сравните слова "дом"и "покойник"; "покойник"и "улица"; "женщина"и "покойник"; "покойник"и "друг". Используйте только доводы, связанные с морфологией языка.

7. Приведите примеры

- А) прямых речевых актов,
- Б) косвенных речевых актов,
- В) контекстуально-ситуативных косвенных речевых актов

во всех нижеперечисленных коммуникативно-семантических группах единиц речевого этикета: «Прощание»; «Благодарность»; «Пожелание»; «Утешение». Приводя примеры 3-ей группы описывайте ситуацию и невербальное поведение коммуникантов. В конце обозначьте разницу между тремя группами РА, следуя собственной логике.

ОБРАЗЕЦ:

«Просьба»

- А) Прямой РА: Открой, пожалуйста, окно.
- Б) Косвенный РА: Ты не мог бы открыть окно?
- В) Контекстуально-ситуативный косвенный РА: Ой, что-то душно... (морщится, машет на себя рукой). У вас окно в комнате открывается?

8. Напишите эссе на одну из предложенных Вам тем. Обращаем Ваше внимание на то, что это обязательная часть вступительных заданий. Поэтому мы ждем в Вашей работе интересной аргументации, грамотности и логичности изложения. Удачи.

- А) **Лингвистика.** «Языковые знаки хотя и психичны по своей сущности, но вместе с тем они—не абстракции; ассоциации, скрепленные коллективным согласием и в своей совокупности составляющие язык, суть реальности, локализующиеся в мозгу.» Фердинанд де Соссюр
- Б) **Экономика.** «Всякая коммерция – это попытка предвидеть будущее» С. Батлер, 1835-1902, британский писатель и переводчик.
- В) **Социология и философия.** «В природе каждое явление – запутанный клубок, в обществе каждый человек – камешек в мозаичном узоре. И в мире физическом, и в мире духовном все переплетено, нет ничего беспримесного, ничего обособленного» Николая де Шамфор, 1741-1794, французский писатель.
- Г) **Политология и право.** «Люди всегда были и всегда будут глупенькими жертвами обмана и самообмана в политике, пока они не научатся за любыми нравственными, религиозными, политическими, социальными фразами, заявлениями, обещаниями разыскивать интересы тех или иных классов» В.И Ленин, 1870-1924, российский революционер.