

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Задания вступительных испытаний. 8 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- **Общий тест необходимо выполнить всем классам вне зависимости от профиля, который вы собираетесь выполнять в дальнейшем.**
- Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.
- Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.
- Задания вступительных и общего теста выполняются **на отдельных листах**. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.
- На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.

Общий тест

1. Пять яблок весят 750 г и стоят 84 руб. Сколько стоит килограмм яблок?
2. Пол прямоугольной формы со сторонами 1,5 м и 2,5 м выкладывают квадратной кафельной плиткой со стороной 12,5 см. Сколько плиток понадобится? (Швы не учитывать.)
3. Семь куличей весят столько же, сколько четыре кулича и килограмм сахара. Сколько весят 12 куличей?
4. Круглый торт разрезали двенадцать раз по диаметрам. Сколько кусков получилось?
5. Куб со стороной 4 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики со стороной 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых покрашено ровно две грани?
6. Тормозной путь автомобиля пропорционален квадрату скорости. Известно, что при скорости 40 км/ч тормозной путь равен 9 м. Каким будет тормозной путь при 80 км/ч?
7. Два марафонца бежали час. Первый бежал с постоянной скоростью, а второй первые полчаса бежал в два раза быстрее первого, а вторые полчаса — в два раза медленнее. Какой из атлетов пробежал больший путь и во сколько раз больший?
8. В полдень часовая и минутная стрелки совпадают. Через какое время они впервые вновь совпадут? (Стрелки двигаются плавно.)
9. Свежие грибы содержат по массе 90 процентов воды, а сухие — 12 процентов. Сколько получится сухих грибов из 220 кг свежих?

10. Есть две цилиндрические кружки. Первая вдвое выше второй, зато вторая вдвое шире по диаметру. В какую из кружек войдет больше воды? И во сколько раз?

Математика

В скобках указан класс, для которого приготовлена данная задача. Решать задачи более старших классов не возбраняется, более младших — бессмысленно. Рекомендуется начать с задачи 1.

1. (8) Решите систему уравнений:

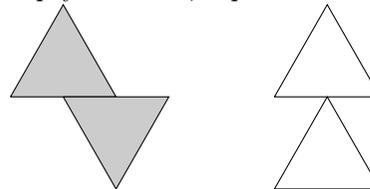
$$\begin{cases} \frac{7}{3x+2y} - \frac{3}{x-y} = 4 \\ \frac{14}{3x+2y} - \frac{5}{x-y} = 4 \end{cases}$$

2. (8) Есть пластмассовый треугольник без делений, с углами 30, 60 и 90 градусов. Как без посторонних предметов отложить угол в 15 градусов?

3. (8–9) Банкир хотел выписать себе премию. Для этого он взял несколько пачек с равным количеством одинаковых купюр. Однако, такое количество денег выглядело подозрительно большим. Тогда Банкир убрал две пачки, а к остальным добавил по три купюры. При этом премия Банкира выросла. Банкир решил повторить эту операцию, но премия стала меньше, чем в самом начале. Могло ли такое быть?

4. (8–9) Даны две параболы вида $y = f(x)$, они пересекаются в двух точках. Рассмотрим отрезок на оси Ox с концами в абсциссах точек пересечения. Где на нем точка x' такая, что между точками на графиках с такой абсциссой x' максимальное расстояние?

Слева соседние по стороне
треугольники, справа — нет



5. (8–10) Петя разбросал на полу много равнобедренных треугольных листов так, чтобы они не накладывались друг на друга. Его друг Гриша, не видя, как лежат листы, утверждает, что может так поделить их на две группы, что в рамках любой из этих групп никакие два треугольника не будут соседними по стороне. Прав ли он?

6. (8–10) Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 2 ладьи так, чтобы они не били друг друга, при том условии, что на клетку d4 фигуры ладьи ставить запрещено?

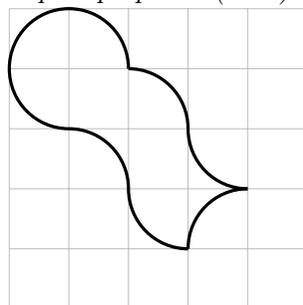
7. (9–10) Даны две касающиеся окружности так, что одна лежит внутри другой, и диаметр большей окружности PQ . Точки пересечения PQ с меньшей окружностью обозначим через R и S . Найдите радиус большей окружности, если радиус меньшей равен r , $PR : RS = 3 : 7$, $PR : SQ = 3 : 2$.

8. (9–10) Даны два различных приведённых кубических многочлена $F(x)$ и $G(x)$. Выписали все корни уравнений $F(x) = 0$, $G(x) = 0$, $F(x) = G(x)$. Оказалось, что выписаны 8 различных чисел. Докажите, что наибольшее и наименьшее из них не могут одновременно являться корнями многочлена $F(x)$.

9. (10) Найти значение выражения $\frac{\sin^4 \beta + \cos^4 \beta - 1}{\sin^6 \beta + \cos^6 \beta - 1}$ при β , не равном $\frac{\pi k}{2}$.

10. (8–10) На клетчатой бумаге с размерами клетки 1 на 1 см нарисована замкнутая кривая без самопересечений. Кривая состоит из дуг окружностей радиуса один угловой мерой угловой мерой 90° . Дуги начинаются и заканчиваются в узлах сетки (пример кривой на рисунке). Может ли площадь ограниченной такой кривой фигуры быть равна целому нечетному числу сантиметров?

Пример кривой (з. 10):



Физика

1. Представьте, что вы попали на другую планету. Предложите способ измерить ускорение свободного падения g на поверхности этой планеты. Вы можете использовать любое необходимое оборудование. Опишите эксперимент. Оцените погрешности, получаемые при использовании предложенного вами способа.

Указание к решению задачи: задача является исследовательской физической задачей. Это означает, что вам нужно найти ответ на вопрос задачи, применяя известные вам физические законы, подробно описав и обосновав их применение. Вы можете предложить несколько вариантов решений, сравнив, какое из них позволяет найти ответ с наибольшей точностью.

2. Как быстрее охладить стакан с горячей жидкостью: класть лед на стакан или под него? Ответ прокомментируйте. Стакан считать абсолютно теплопроводным. Что изменится, если использовать реальный стакан?

3. Предложите способ определения характеристик (массы m , объема V , объема полости $V_{\text{пол}}$) железного шарика с герметичной полостью при помощи измерительного цилиндра и нескольких жидкостей с известной плотностью.

4. Водонагреватель нагревает проточную воду, текущую по спиральной трубке сечением 1 см^2 . В номинальном режиме температура воды при проходе через нагреватель поднимается на $\Delta t = 10^\circ \text{C}$. Мощность установки 30 кВт. Найдите скорость течения воды, предполагая, что 20% энергии уходит в атмосферу. Теплоемкость воды $C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{Кг}}$, плотность $\rho = 1000 \frac{\text{Кг}}{\text{м}^3}$.

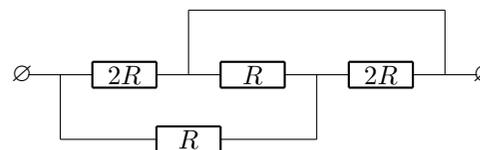


Рис. 1: Схема к задаче 5

5. Найдите общее сопротивление цепи, показанной на рисунке. Сопротивление резисторов $R_1, R_3 = 2R, R_2, R_4 = R$; считать, что сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.

6.* На пружине жесткостью k подвешен невесомый цилиндр высотой h и радиусом основания R . Дно цилиндра

касается поверхности воды. Какую работу нужно совершить, чтобы полностью погрузить цилиндр в воду? Силой трения пренебречь. Считать, что цилиндр погружается бесконечно медленно.

Информатика

1. Сколько натуральных чисел находится между числами DED_{16} и EDA_{16} ?

Вам будут предложены для решения несколько задач по программированию. При решении сначала опишите идею алгоритма словами, затем напишите код программы на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой язык программирования вы используете. Оцените сложность предложенного вами алгоритма.

2. Максимальная разность. На вход программе подаётся 3 целых числа. Требуется найти наибольшую разность между двумя из них.

3. На вход программе подаётся число N (длина массива) и далее N чисел (элементы массива). Требуется найти количество различных чисел среди элементов этого массива.

4. Брут. На вход подаётся натуральное число. Требуется найти число, каждая цифра которого циклически сдвинута вперёд на 1. (Например, из числа 12345 получается 23456, а из 89134 — 90245).

5. Не ищи лучшее, а ищи свое. Напишите структуру данных, которая имеет такие же операции, что и массив целых чисел длины 100:

- 1) инициализация,
- 2) положить в ячейку i элемент x ,
- 3) узнать, что лежит в ячейке i

и операцию «узнать число записей в массив».

6. Треугольники. На вход подаётся целое число — площадь треугольника. Требуется найти, сколько треугольников с целыми сторонами имеют эту площадь.

(Формула Герона для подсчёта площади треугольника:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = 0.5 \cdot (a+b+c)$, где a, b, c - стороны треугольника)

7. Кузнечик. На вход подаётся натуральное число — расстояние до точки В. Кузнечик может прыгать вперёд или назад на 5 или на 3 клетки. Найти минимальное

число прыжков, за которое кузнечик прибудет в точку В.

Химия

- 1) Сколько молекул содержится в стакане воды объёмом 100 мл?
- 2) Назовите химические связи, которые присутствуют в стакане воды объёмом 200 мл.
- 3) Объясните, почему температура кипения воды ровно 100°C , а температура кристаллизации ровно 0°C .
- 4) Представьте, что вы выполняете эксперимент. Методика проста: в стакан с водой добавляют несколько капель лакмуса и затем сжигают над водой в металлической ложечке вещество красного цвета. В результате вокруг стакана образуется белый дым, который растворяется в воде, а окраска индикатора изменяется. Определите вещество, которое сжигали, и цвет лакмуса в конце опыта.

2. 1) Приведите примеры явлений, которые нельзя отнести только к химическим или только к физическим.

2) В каких случаях речь идёт о кислороде как о химическом элементе, а в каких — о простом веществе: а) кислород для дыхания; б) кислород в составе воздуха; в) кислород, растворённый в воде; г) кислород в составе воды?

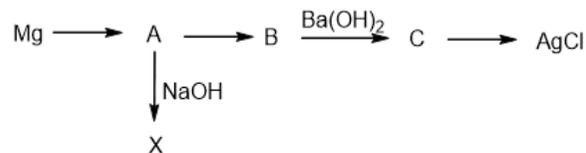
3) Во сколько раз масса атома кислорода меньше массы молекулы кислорода?

4) Известно, что кислород находится во втором периоде периодической системы элементов Д.И. Менделеева. Электроны на втором энергетическом уровне располагаются на s - и p - подуровнях, а у элементов третьего периода появляется d -подуровень. Почему этот период такой же короткий, как и второй, у элементов которого нет d -ячеек?

3. Осуществите цепочку превращений, соответствующую схеме:

1) Алюминий \rightarrow Нитрат алюминия \rightarrow Гидроксид алюминия \rightarrow Оксид алюминия \rightarrow Алюминат натрия \rightarrow Сульфат алюминия

2)



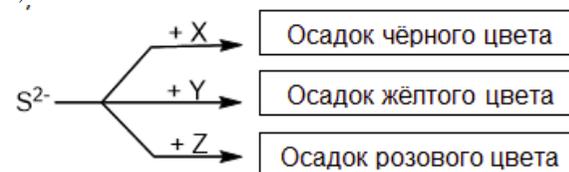
Где А — металл, В и С — соли, а X — газ

4. Газ, выделившийся при взаимодействии 100 мл 18%-го раствора соляной кислоты ($\rho = 1,1$ г/мл) и 50 г 1,56%-го раствора сульфида натрия пропустили через 64 г 10,5%-го раствора нитрата свинца. Определите массу соли, выпавшей в осадок.

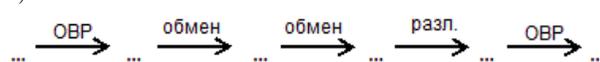
5. Расшифруйте приведенные ионные уравнения:

1) $\text{H}^+ + \text{OH}^- = \text{H}_2\text{O}$

2).



3)



Биология

1. Что такое плод у растений? Каковы функции плода? Изобразите строение типичного плода на продольном срезе. Плоды распространяются с воздухом, с водой, с помощью животных и человека. Какими особенностями строения нужно обладать плоду в каждом из этих способов распространения? Поясните на примерах.

2. Для коммуникации между собой животные используют различные сигналы, в зависимости от того, какие органы чувств у них более развиты. Считается, что использование сигналов животными ограничено, однако, иногда язык животных может выходить за эти рамки. Об этом свидетельствует обучение некоторых обезьян языкам-посредникам. Какой язык-посредник вы бы предложили для общения с ними? В какой форме оно бы происходило? Как бы вы построили обучение обезьяны? Как бы вы проверили, что обезьяна действительно понимает и использует этот язык, а не просто подражает экспериментатору?

3. Изобразите схематично сердце, малый и большой круги кровообращения. Подпишите все камеры, клапаны и крупные сосуды.

Митральный стеноз — это патологическое сужение отверстия двустворчатого клапана, при этой патологии кровь не может в полном объёме попасть из предсердия в желудочек. Она скапливается в левом предсердии, в нём повышается давление, из-за чего происходит увеличение толщины его стенок (гипертрофия) и при отсутствии лечения, стенки растягиваются (дилатация).

На рисунке покажите, где изначально происходит увеличение давления при стенозе. Будет ли при митральном стенозе происходить увеличение давления в малом круге? В большом? Объясните. Почему при митральном стенозе может происходить гипертрофия и дилатация стенок правого желудочка? Подумайте, к чему может привести застой крови в малом и большом кругах?

4. Существует вымышленная планета, на которой температура не поднимается выше нуля. На этой планете существует жизнь. Ваша задача — продолжить пи-

щевую цепочку (до 4-х звеньев), назвать придуманные вами к данным условиям организмы и подробно описать их.

1-ое звено цепи: (*Nitrosoa* лат.) Способны к фотосинтезу. Собираются в огромные колонии шарообразной формы, внутри колонии происходит «распределение обязанностей»: существа, лежащие на поверхности, покрываются толстым слоем ворсинок, чтобы сохранить тепло и не пропустить холодные ветра; под ними располагается фотосинтезирующий слой организмов (т.к. им необходим солнечный свет, они должны быть максимально близко к поверхности); в самой же глубине есть внутренний слой, его задача — топить снег и добывать воду для колонии. Таким образом колония выживает, также она может делиться, отпочковывая новые колонии.

5. Во время поедания некоего продукта быстрого приготовления студент медицинского вуза получил травму — ожог кипятком. Назовите, что произойдёт с местом поражения в ближайшее время. Перечислите степени ожогов. В холодильнике общежития сосед студента нашёл подсолнечное масло, этиловый спирт, воду, вазелин, барсучий жир, сметану, соду. Что из этого он может использовать при оказании первой помощи? Почему?

Гуманитарные науки

В скобках указан вес задания. Для получения максимального балла достаточно правильно выполнить задания с суммарным весом 4 и написать эссе (задание 6). Работы без написанных эссе не проверяются!

1. (Вес: 1) Один незадачливый миллионер-инвестор заметил, что, когда акции какой-либо компании падают в цене, с компанией, которая выпускает эти акции, случается что-то плохое. Тогда он решил обрушить цену акций своих конкурентов, чтобы у них тоже начались неприятности. Но умный финансовый менеджер сказал инвестору, что тот в чём-то неправ. Помогите менеджеру понять, в чём именно ошибся инвестор.

2. (Вес: 2) 1) *Что обозначают устаревшие слова?* Лоно, уста, чресла, выя, шуйца, пять.

2) *Какие значения слова «кость» представлены в предложениях?*

а) Пуля прошла рядом с костью. б) Тяжело будет гнить моим костям в сырой земле. в) Пять костей на счетах были сброшены. г) Вы педагог до мозга костей. д) Ведь ты ему костью поперек горла. е) Вечером садились играть в кости. Шкаф с украшением из кости и перламутра. ж) Человек он нашей, рабочей кости. з) Мой новый знакомый был небольшого роста, но широк в кости.

3) *Покажите, что среди приставок есть антонимы, синонимы и омонимы.*

3. (Вес: 1) Чем известен Ярослав Мудрый? Когда он правил? Как его меры повлияли на дальнейшую историю России?

4. (Вес: 2) Прочитайте басню И. А. Крылова и выполните следующие задания: 1) Определите тему басни. 2) Определите размер стихотворения и тип рифмы. 3) Назовите обязательные структурные компоненты басни (как жанра) и определите тип композиции. 4) Определите тропы (средства художественной выразительности), используемые в произведении. 5) Определите и опишите идею басни.

Крестьянин и смерть

Набрав валежнику порой холодной, зимной,
Старик, иссохший весь от нужды и трудов,
Тащился медленно к своей лачужке дымной,
Кряхтя и охая под тяжкой ношей дров.
Нес, нес он их и утомился,
Остановился,
На землю с плеч спустил дрова долой,
Присел на них, вздохнул и думал сам с собой:
«Куда я беден, боже мой!
Нуждаюсь во всем; к тому ж жена и дети,
А там подушное, боярщина, оброк...
И выдался ль когда на свете
Хотя один мне радостный денёк?»
В таком унынии, на свой пеняя рок,

Зовёт он смерть: она у нас не за горами,
А за плечами:
Явилась вмиг
И говорит: «Зачем ты звал меня, старик?»
Увидевши ее свирепую осанку,
Едва промолвить мог бедняк, оторопев:
«Я звал тебя, коль не во гнев,
Чтоб помогла ты мне поднять мою вязанку».

—
Из басни сей
Нам видеть можно,
Что как бывает жить ни тошно,
А умирать еще тошней.
1807 год

5. (Вес: 1) Большая часть рекламных материалов, с которыми мы сталкиваемся в обычной жизни, нацелена на ту или иную группу людей – целевую аудиторию. Опишите социально-демографические характеристики целевой категории посетителей магазинов секонд-хенд. Если вы не видели ни одного ролика, ориентируйтесь на посетителей самого магазина (укажите, если так).

6. *Напишите эссе на одну из предложенных тем.*

Социология и философия. Человек осужден быть свободным; выброшенный в мир он отвечает за все свои действия. (Ж.П. Сартр, 1905–1980, французский философ)
Политология и право. Не быть подчиненным никакому закону значит быть лишенным самой спасительной защиты, ибо законы должны нас защищать не только от других, но и от себя самих. (Г.Гейне, 1797–1856, немецкий поэт)

Экономика. Всякий раз, когда вы экономите 5 шиллингов, вы лишаете одного человека его дневного заработка. (Дж. М. Кейнс, 1883–1946, английский экономист)
Литература. В период создания «Диканьки» и «Тараса Бульбы» Гоголь стоял на краю опаснейшей пропасти. Он чуть было не стал автором украинских фольклорных повестей и красочных романтических историй. Надо поблагодарить судьбу (и жажду писателя обрести мировую славу) за то, что он не обратился к украинским диалектизмам как средству выражения, ибо тогда бы он пропал. (Владимир Набоков, 1899–1977, русский и американский писатель)

Лингвистика. Язык есть не оконченное дело или вещь, а деятельность, живая деятельность человеческого духа, единая энергия народа. (В.Гумбольдт, 1767–1835, немецкий филолог и философ)