

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Задания вступительных испытаний. 10 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- **Общий тест необходимо выполнить всем классам вне зависимости от профиля, который вы собираетесь выполнять в дальнейшем.**
- Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.
- Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.
- Задания вступительных и общего теста выполняются **на отдельных листах**. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.
- На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.

Общий тест

1. Пять яблок весят 750 г и стоят 84 руб. Сколько стоит килограмм яблок?
2. Пол прямоугольной формы со сторонами 1,5 м и 2,5 м выкладывают квадратной кафельной плиткой со стороной 12,5 см. Сколько плиток понадобится? (Швы не учитывать.)
3. Семь куличей весят столько же, сколько четыре кулича и килограмм сахара. Сколько весят 12 куличей?
4. Круглый торт разрезали двенадцать раз по диаметрам. Сколько кусков получилось?
5. Куб со стороной 4 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики со стороной 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых покрашено ровно две грани?
6. Тормозной путь автомобиля пропорционален квадрату скорости. Известно, что при скорости 40 км/ч тормозной путь равен 9 м. Каким будет тормозной путь при 80 км/ч?
7. Два марафонца бежали час. Первый бежал с постоянной скоростью, а второй первые полчаса бежал в два раза быстрее первого, а вторые полчаса — в два раза медленнее. Какой из атлетов пробежал больший путь и во сколько раз больший?
8. В полдень часовая и минутная стрелки совпадают. Через какое время они впервые вновь совпадут? (Стрелки двигаются плавно.)
9. Свежие грибы содержат по массе 90 процентов воды, а сухие — 12 процентов. Сколько получится сухих грибов из 220 кг свежих?

10. Есть две цилиндрические кружки. Первая вдвое выше второй, зато вторая вдвое шире по диаметру. В какую из кружек войдет больше воды? И во сколько раз?

Математика

В скобках указан класс, для которого приготовлена данная задача. Решать задачи более старших классов не возбраняется, более младших — бессмысленно. Рекомендуется начать с задач 1 и 2.

1. (10) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2+xy} + \frac{4}{y^2+xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2+xy} - \frac{1}{y^2+xy} = 1 \end{cases}$$

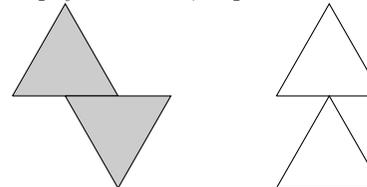
2. (10) В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки P и K — середины AB и BC соответственно, $A_1 C = AC_1$. Найдите угол между прямыми DD_1 и PK .

3. (8) Есть пластмассовый треугольник без делений, с углами 30, 60 и 90 градусов. Как без посторонних предметов отложить угол в 15 градусов?

4. (8–9) Банкир хотел выписать себе премию. Для этого он взял несколько пачек с равным количеством одинаковых купюр. Однако, такое количество денег выглядело подозрительно большим. Тогда Банкир убрал две пачки, а к остальным добавил по три купюры. При этом премия Банкира выросла. Банкир решил повторить эту операцию, но премия стала меньше, чем в самом начале. Могло ли такое быть?

5. (8–9) Даны две параболы вида $y = f(x)$, они пересекаются в двух точках. Рассмотрим отрезок на оси Ox с концами в абсциссах точек пересечения. Где на нем точка x' такая, что между точками на графиках с такой абсциссой x' максимальное расстояние?

Слева соседние по стороне
треугольники, справа — нет



6. (8–10) Петя разбросал на полу много равнобедренных треугольных листов так, чтобы они не накладывались друг на друга. Его друг Гриша, не видя, как лежат листы, утверждает, что может так поделить их на две группы, что в рамках любой из этих групп никакие два треугольника не будут соседними по стороне. Прав ли он?

7. (8–10) Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 2 ладьи так, чтобы они не били друг друга, при том условии, что на клетку d4 фигуры ладьи ставить запрещено?

8. (9–10) Даны две касающиеся окружности так, что одна лежит внутри другой, и диаметр большей окружности PQ . Точки пересечения PQ с меньшей окружностью

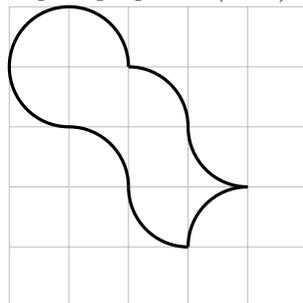
обозначим через R и S . Найдите радиус большей окружности, если радиус меньшей равен r , $PR : RS = 3 : 7$, $PR : SQ = 3 : 2$.

9. (9–10) Даны два различных приведённых кубических многочлена $F(x)$ и $G(x)$. Выписали все корни уравнений $F(x) = 0$, $G(x) = 0$, $F(x) = G(x)$. Оказалось, что выписаны 8 различных чисел. Докажите, что наибольшее и наименьшее из них не могут одновременно являться корнями многочлена $F(x)$.

10. (10) Найти значение выражения $\frac{\sin^4 \beta + \cos^4 \beta - 1}{\sin^6 \beta + \cos^6 \beta - 1}$ при β , не равном $\frac{\pi k}{2}$.

11. (8–10) На клетчатой бумаге с размерами клетки 1 на 1 см нарисована замкнутая кривая без самопересечений. Кривая состоит из дуг окружностей радиуса один угловой мерой угловой мерой 90° . Дуги начинаются и заканчиваются в узлах сетки (пример кривой на рисунке). Может ли площадь ограниченной такой кривой фигуры быть равна целому нечетному числу сантиметров?

Пример кривой (з. 11):



Физика

1. Предложите способ определения радиуса Земли. Вы можете использовать любое необходимое оборудование. Оцените погрешности, получаемые при использовании предложенного вами способа.

Указание к решению задачи: задача является исследовательской физической задачей. Это означает, что вам нужно найти ответ на вопрос задачи, применяя известные вам физические законы, подробно описав и обосновав их применение. Вы можете предложить несколько вариантов решений, сравнив, какое из них позволяет найти ответ с наибольшей точностью.

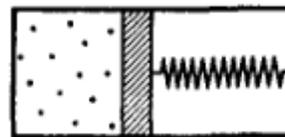
2. Почему при замерзании воды лед образуется сначала на поверхности?

3. Оцените время, за которое Эверест полностью уйдет в тень из-за вращения Земли. Высота Эвереста $h = 8848$ м. Расстояние от Земли до Солнца $L = 1496 \cdot 10^5$ км

4. Земля неожиданно прекратила вращаться вокруг своей оси. Обеспокоенное человечество решило собрать добровольцев, которые дружно стартуют из долины Эквадора и совершат забег по всей длине экватора со средней скоростью $V_{\text{ср}} = 8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Средняя масса бегуна $m_{\text{ср}} = 70$ кг. Сколько человек N необходимо собрать, чтобы снова раскрутить Землю до привычной скорости? Масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, средняя плотность $\rho = 5,51 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, период обращения Земли вокруг своей орбиты

$T = 24$ часа. Считать Землю диском, масса которого сосредоточена на ободе. Толщина диска $h = 8500$ км.

5. Циклотрон — циклический ускоритель нерелятивистских тяжёлых заряженных частиц, в котором частицы движутся в постоянном и однородном магнитном поле. Энергия, до которой он разгоняет протон, $E_k = 5$ МэВ. Определите наибольший радиус орбиты, по которой движется протон, если индукция магнитного поля $B = 1$ Тл.



6. В расположенном горизонтально цилиндре слева от закрепленного поршня находится идеальный одноатомный газ в количестве ν молей. В правой части цилиндра вакуум, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой, не деформирована. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объем, занимаемый газом, увеличился вдвое. Найдите конечную температуру и давление, если первоначальная температура T , а давление P . Теплоемкости цилиндра, поршня и пружины пренебрежимо малы.

давление, если первоначальная температура T , а давление P . Теплоемкости цилиндра, поршня и пружины пренебрежимо малы.

Информатика

1. Сколько натуральных чисел находится между числами DED_{16} и EDA_{16} ?

Вам будут предложены для решения несколько задач по программированию. При решении сначала опишите идею алгоритма словами, затем напишите код программы на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой язык программирования вы используете. Оцените сложность предложенного вами алгоритма.

2. Максимальная разность. На вход программе подаётся 3 целых числа. Требуется найти наибольшую разность между двумя из них.

3. На вход программе подаётся число N (длина массива) и далее N чисел (элементы массива). Требуется найти количество различных чисел среди элементов этого массива.

4. Брут. На вход подаётся натуральное число. Требуется найти число, каждая цифра которого циклически сдвинута вперёд на 1. (Например, из числа 12345 получается 23456, а из 89134 — 90245).

5. Не ищи лучшее, а ищи свое. Напишите структуру данных, которая имеет такие же операции, что и массив целых чисел длины 100:

- 1) инициализация,
- 2) положить в ячейку i элемент x ,
- 3) узнать, что лежит в ячейке i и операцию «узнать число записей в массив».

6. *Треугольники.* На вход подаётся целое число — площадь треугольника. Требуется найти, сколько треугольников с целыми сторонами имеют эту площадь.

(Формула Герона для подсчёта площади треугольника:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = 0.5 \cdot (a + b + c)$, где a, b, c - стороны треугольника)

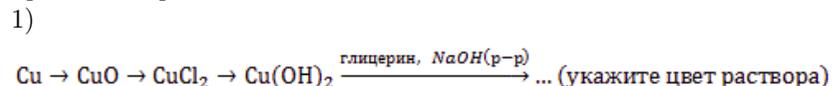
7. *Кузнечик.* На вход подаётся натуральное число — расстояние до точки В. Кузнечик может прыгать вперёд или назад на 5 или на 3 клетки. Найти минимальное число прыжков, за которое кузнечик прибудет в точку В.

Химия

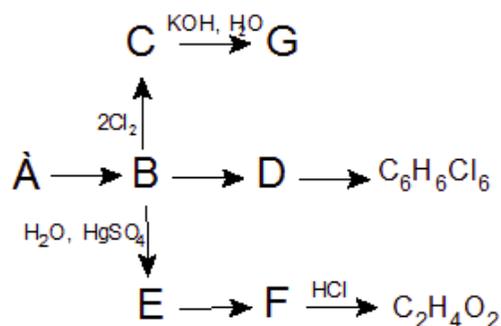
- 1) Что такое оксиды?
- 2) Приведите примеры разных по своим химическим свойствам оксидов.
- 3) Напишите реакции получения оксидов.
- 4) Приведите примеры существующих бинарных соединений с кислородом, не являющихся оксидами.

2. 1) Что такое окислительно-восстановительные реакции?
- 2) Приведите примеры реакций (не более трёх для каждого пункта), в которых органические соединения выступают в качестве:
 - а) восстановителя б) окислителя в) и восстановителя, и окислителя.

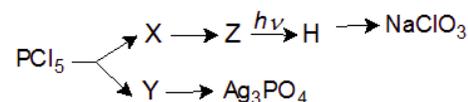
3. Напишите цепочки превращений, расставьте коэффициенты и укажите условия протекания реакций:



2)



3)



4. 1) Почему вода замерзает ровно при 0°C , а кипит ровно при 100°C ?
- 2) После растворения в 100 г воды 10 г соли, в состав которой входит сульфат-анион, общая масса воды в растворе составила 105,6 г. Установите формулу соли.
- 3) Известно, что скорость некоторой необратимой реакции зависит от pH среды следующим образом: $r = -0,05pH^2 + 0,2pH + 0,02$, где r — скорость реакции (моль/(л·с)).
 - а) рассчитайте скорость реакции при $pH = 2$;
 - б) определите значение pH, при котором наблюдается максимальная скорость;
 - в) определите скорость реакции при $pH = 6$.

5. Углеводород **A** массой 2,0 г подвергли полному окислению перманганатом калия в присутствии серной кислоты при нагревании. Для нейтрализации образовавшегося органического соединения **B** потребовалось 50 мл 2 М раствора щелочи.

- 1) Определите структурные формулы **A** и **B**, назовите их по номенклатуре.
- 2) Запишите и уравняйте все описанные реакции в этой задаче.
- 3) Приведите структурные формулы соединений, которые могут образоваться при неполном окислении углеводорода **A**.

Биология

1. Синтетический аппарат клетки — это органеллы, которые участвуют в синтезе различных веществ для самой клетки или для выделения во внеклеточное пространство. Что входит в синтетический аппарат клетки? Каково строение и функции этих органелл? Каким образом клетка синтезирует белки, углеводы, липиды? Каким образом клетка синтезирует вещества «на экспорт»?

2. У всех многоклеточных есть процесс, который осуществляет запрограммированную гибель клеток, — апоптоз. Этот процесс в той или иной степени активен в течение всей жизни, во всех тканях организма. Предложите как можно больше вариантов и приведите как можно больше примеров, как организмы могут использовать этот процесс себе на пользу.

3. Схематично изобразите мочевыделительную систему человека, обозначьте, какие отделы являются мочевыводящими. Что такое структурно-функциональная единица почки? Изобразите на схеме и подпишите, в каких отделах какие процессы происходят. Объясните, что такое «чудесная сеть» почки. Предложите максимальное количество механизмов, помогающих процессу фильтрации. Чем отличается первичная моча от вторичной? Приведите минимум три отличия.

Пиелонефрит — воспалительное заболевание почек, при котором поражаются ло-

ханки, почечные чашечки и паренхима. Назовите возможные причины воспаления, пути проникновения в почку флоггена (фактора, способного вызвать повреждение тканей, от лат. phlogosis — воспаление) и механизм формирования болевого синдрома у человека с острым пиелонефритом. Предположите, как пиелонефрит может отразиться на анализе мочи.

4. Существует такой класс элементов ДНК, размером от 30 до нескольких тысяч нуклеотидов, которые способны перемещаться внутри генома. Как правило, в них не содержатся последовательности, которые кодируют белки, но такое также встречается. Предположите, как данные элементы могли сформироваться, или каким образом попасть в геном, и какие функции они могут выполнять?

5. Известно, что группы крови человека в системе АВО определяются наличием или отсутствием антигенов А и В на поверхности эритроцита. В этой системе выделяют четыре группы крови. Однако, в середине прошлого века доктор Х в индийском городе У установил, что в редких случаях (1:2500 в Индии) отсутствуют антигены, по которым определяют группу крови в этой системе. Например, в семье, где у родителей третья и четвертая группа крови, рождается ребенок с «нулевой» группой. Объясните, чем группа крови такого ребенка отличается от обычной нулевой. Как обозначается такой генотип? Могут ли такие люди быть универсальными донорами? Кровь какой группы можно переливать им?

Гуманитарные науки

В скобках указан вес задания. Для получения максимального балла достаточно правильно выполнить задания с суммарным весом 5 и написать эссе (задание 6). Работы без написанных эссе не проверяются!

1. (Вес: 1) Ремни безопасности были введены, чтобы предотвратить трагичные исходы ДТП на автомобильных дорогах. Однако после того, как ремни появились в каждой машине, количество аварий не уменьшилось, а наоборот возросло! Попробуйте объяснить, почему.

2. (Вес: 2) 1) В своей книге «Основы психолингвистики» (М., Лабиринт, 2001 г.) И.Н. Горелов и К.Ф. Седов говорят о таком приёме языковой игры, как переименование русского фразеологизма на иностранный лад: баба с возу — кобыле легче — леди с дилижанса — пони легче; не по Сеньке шапка — не по Хуану сомбреро. *Какие фразеологизмы русского языка «переименованы» таким образом? Напишите их и дайте толкование значения.* а) Как о бордюр арахис; б) фрагментировать идиота; в) не в пони фастфуд.

2) *Что объединяет эти конструкции? Приведите похожие примеры.* «Выпить чаю», «ждать ответа», «не выходить из дому».

3) *Чем необычны эти предложения? По какому принципу они разделены на группы? Дополните каждую из групп похожим примером.*

Даже Чарли Чаплин снимался в фильмах. Даже какой-нибудь столяр способен работать с деревом.

Я даже нигде не могу отыскать вас. Даже именно Петр сообщил нам о вашем отъезде.

Паша не вымотался, а даже устал. Боря не просто любит Машу; она ему даже нравится.

3. (Вес: 1) Чем известен Н. С. Хрущев? Когда он правил? Как его меры повлияли на дальнейшую историю России?

4. (Вес: 2) 1) Дайте определение термина анжамбеман (или анжамбман) и выпишите примеры анжамбемана из отрывка стихотворения Иосифа Бродского:

Судно плыло в тумане. Туман был бел.
В свою очередь, бывшее также белым
судно (см. закон вытеснения тел)
в молоко угодившим казалось милом,
и единственной черною вещью был
кофе, пока я пил.

Моря не было видно. В белесой мгле,
спеленавшей со всех нас сторон, абсурдным
было думать, что судно идет к земле —
если вообще это было судном
а не сгустком тумана, как будто влил
кто в молоко белил.

2) Прочитайте приведенные ниже предложения и назовите литературный прием, использованный в них. Дайте определение этого приема и придумайте собственное предложение с использованием приема.

Примеры предложений:

- Он любил ловить рыбу и взгляды незнакомок;
- Сама Мария Александровна сидит у камина в превосходнейшем расположении духа и светло-зеленом платье;
- Хулиганы курят, плюют на труд уборщиц, употребляют крепкие слова и напитки.

3) Определите размер стихотворения Анны Ахматовой «Песня последней встречи». Чем он отличается от классических двусложных и трехсложных размеров? Для какого периода в истории литературы наиболее характерно употребление этого стихотворного размера?

Песня последней встречи

Так беспомощно грудь холодела,
Но шаги мои были легки.

Я на правую руку надела
Перчатку с левой руки.

Показалось, что много ступеней,
А я знала — их только три!
Между кленов шепот осенний
Попросил: «Со мною умри!»

Я обманут моей унылой
Переменчивой, злой судьбой». —
Я ответила: «Милый, милый —
И я тоже. Умру с тобой!»

Это песня последней встречи.
Я взглянула на темный дом.
Только в спальне горели свечи
Равнодушно-желтым огнем.
29 сентября 1911

Царское Село

5. (Вес: 2) *Кейс:* Вы представляете крупную международную компанию, которая занимается производством и продажей продуктов для домашних питомцев. В 2018 году глобальным руководством приоритетным направлением развития на российском рынке было выбрано продвижение бренда кормов для собак. На начало 2018 года ваша марка являлась одной из двух крупнейших марок в массовом сегменте. Несмотря на высокую известность марки, продажи за 3 и 4 квартал предыдущего года пошли на убыль; при этом, со стороны вашей компании не было произведено никаких существенных изменений, которые могли бы объяснить этот спад.

Глобальное руководство поставило для российского филиала следующие задачи:

- вернуть объем продаж к уровню до спада;
- стать лидером на рынке по параметру «узнавание марки»;
- начать постепенный переход из массового сегмента в сегмент премиум в соответствии с глобальными планами развития бренда;

Ваша первоочередная задача - определить причины спада продаж, а также наметить пути улучшения ситуации маркетинговыми средствами.

На начало 2018 года:

Характеристика «заметность» вашей продукции по всем каналам (зоомагазины, мини-, супер- и гипермаркеты) находится на уровне, среднем для категории. У вас нет партнерских соглашений с ритейлерами, гарантирующих выставление вашей продукции по промо. Используемые рекламные материалы были изготовлены и распространены в рамках волны рекламной кампании 2016 года. Марка поддержи-

вается двумя рекламными роликами на ТВ и в сети Интернет, старт ротации — 1 января 2018 года.

Для решения поставленных задач вам выделен бюджет на маркетинговые исследования. Он составляет 1 000 000 (один миллион) у.е. Вашим партнером является Центр Маркетинговых Исследований «Аврора». Ваше сотрудничество оформлено на глобальном уровне и не подлежит изменению.

«Аврора» предлагает вам следующие исследования на выбор:

- Ритейл-исследование (исследуются показатели заметности и внимания к продукции на полках) — 450 000 у.е.
- Ад-хок исследование (лат. ad hoc — «по особому случаю») рекламных эффектов ваших видео-роликов (показатели «спонтанное и подсказанное знание рекламы/марки», релевантность, аффективная сила) — 350 000 у.е.
- Product-test инновационного товара (ваша компания обладает возможностью вывести на рынок улучшенную формулу продукта с каким-то улучшенным свойством) — 600 000 у.е.
- Category test (исследование потребностей потребителей категории, их беспокойств/стремлений) — 200 000 у.е.

Цель задания: сформулировать и обосновать план распределения исследовательского бюджета. Сформулировать т.н. "brief" — краткое описание бизнес-задачи, предназначенное для ваших партнеров из Авроры.

6. *Напишите эссе на одну из предложенных тем.*

Социология и философия. Чтобы мой поступок имел моральную ценность, с ним должно быть связано мое убеждение. Аморальным является делать что-то из страха перед наказанием или для того, чтобы приобрести у других хорошее мнение о себе. (Г. Гегель, 1770–1831, немецкий философ)

Политология и право. Жестокость характерна для законов, продиктованных трусостью, ибо трусость может быть энергична, только будучи жестокой. (К. Маркс, 1818–1883, немецкий экономист и философ)

Экономика. Конкуренция - единственный метод взаимной координации наших индивидуальных действий без принуждения или произвольного вмешательства со стороны властей (Ф. Хайек, 1899–1992, австрийский экономист)

Литература. Карамзин «Бедной Лизой» угодил читателю. Русская литература захотела увидеть в этой маленькой повести прообраз своего светлого будущего — и увидела. Она нашла в «Бедной Лизе» беглый конспект своих тем и героев. Там было все, что ее занимало и занимает до сих пор. (А. Генис и П. Вайль, «Родная речь»)

Лингвистика. В языке нет ничего, кроме тождеств и различий. Это значит: сущность любой языковой единицы создается их противопоставлениями. Языковые единицы — чисто относительные, оппозитивные сущности. (Ф. Соссюр, 1857–1913, швейцарский лингвист)