

## Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

### Задания вступительных испытаний. 10 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- **Общий тест необходимо выполнить всем классам вне зависимости от профиля, который вы собираетесь выполнять в дальнейшем.**
- **Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.**
- **Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.**
- **Задания вступительных и общего теста выполняются на отдельных листах. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.**
- **На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.**

#### Общий тест

1. Два грейпфрута весят 1200 г и стоят 90 руб. Сколько стоит килограмм грейпфрутов?
2. Прямоугольный пол 4 м х 5 м выкладывают квадратной кафельной плиткой со стороной 20 см. Сколько плиток понадобится? (Швы не учитывать).
3. Пять кирпичей весят столько же, сколько один кирпич и килограммовый мешок с цементом. Сколько килограмм весят десять кирпичей?
4. Круглый торт разрезали десять раз по диаметрам. Сколько кусков получилось?
5. Деревянный куб со стороной 4 см покрасили целиком в красный цвет, а потом распилили на кубики со стороной 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых ровно одна грань красная?
6. В ящике лежат 20 красных, 12 синих и 15 зелёных воздушных шариков. Сколько шариков нужно вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них обязательно нашлись два шарика а) разного цвета? б) красного цвета? в) одинакового цвета?
7. Чтобы купить 3 пирожка Полине не хватает 15 руб. а если она купит 2 пирожка, то у неё останется 10 руб. Сколько денег у Полины?
8. Два марафонца бежали час. Первый бежал с постоянной скоростью, а второй первые полчаса бежал в два раза быстрее первого, а вторые полчаса – в два раза медленнее. Какой из атлетов пробежал больший путь и во сколько раз больший?
9. Сколько раз надо пилить поперёк трёхметровые бревна, чтобы получить 30 поленьев длиной 0,5 м каждое?

10. Контрольную работу назовем лёгкой, если каждый ученик решил не менее трёх задач. Какая контрольная работа тогда называется нелёгкой?

11. Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на любое из чисел 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

12. В футбольном турнире участвовало 10 команд. Каждая сыграла с каждой два раза. Сколько было проведено игр?

13. Пётр чистит ведро картошки за 45 минут. За сколько часов он получит полное ведро очищенной картошки, если в очистки уходит 10% всей картошки?

14. Четыре чёрные коровы и три рыжих дают за 5 дней столько же молока, сколько три чёрные коровы и пять рыжих дают за 4 дня. Какая корова дает больше молока в день: чёрная или рыжая и почему?

15. У Ивана Никифоровича Нечёткина есть чемодан. Кодовый замок на нём имеет четыре окошка, в каждом из которых можно выставить одну цифру от 0 до 9. Но Иван Никифорович принципиально использует только нечётные цифры. Сколько различных кодов он может набрать на этом замке?

#### Математика

В скобках указан класс, для которого приготовлена данная задача. Решать задачи более старших классов не возбраняется, более младших – бессмысленно.

1. (8 - 10) Женья и Петя играют в игру: Женья рисует на бесконечном листе бумаги квадрат, а Петя мысленно загадывает на этом листе точку. Женья должен выяснить, находится ли точка внутри квадрата (исключая его границы). Для этого он проводит прямую и спрашивает, лежит ли точка на ней, справа или слева от неё, а Пётр честно отвечает. Какое минимальное количество таких прямых должен провести Женья?

2. (8) В одном древнем языке 13 гласных и 9 согласных, и одна буква, похожая на Ъ. Причём в любом слове гласные и согласные чередуются, ни одна буква не может быть использована более одного раза, а буква похожая на Ъ вообще не используется. Сколько слов из девяти букв есть в этом языке?

3. (8 - 10) Дания прибавил к дню своего рождения, умноженному на 12, месяц своего рождения, умноженный на 31. Получилось 445. Когда у Дани день рождения (найдите все возможные решения)?

4. (8 - 10) Стороны АВ и ВС треугольника ABC равны 2 и  $4\sqrt{2}$ , а медиана ВМ – 3. Найдите площадь треугольника ABC.

5. (8 - 9) Число  $\frac{1}{42}$  разложили в бесконечную десятичную дробь. Затем вычеркнули 2017-ю цифру после запятой, а все цифры, стоящие справа от вычеркнутой цифры, сдвинули на 1 влево. Какое число больше: новое или первоначальное?

6. (8 - 10) В турнире по перелезанию через забор участвуют 8 человек. Они делятся на пары и соревнуются на скорость. Из каждой пары один выбывает, другой

проходит в следующий круг (обычная олимпийская система). Игроки нумеруются честным и неподкупным судьёй при помощи жеребьёвки и разбиваются на пары (первый номер со вторым, третий с четвёртым и т. д.). Во втором круге соревнуются между собой победители из первой и второй пар и третьей и четвертой. Каждый игрок обладает определенным уровнем подготовки. Уровни всех игроков различны, и в любой встрече побеждает более высококлассный соперник. (Таким образом побеждает всегда сильнейший.) Какова вероятность, что в финал выйдут два самых сильных игрока? Какова вероятность, что при этом третьи и четвёртые места (определяемые встречами проигравших в полуфиналах) будут распределены правильно?

7. (9 - 10) Умный сыч запирает своё гнездо на кодовый замок, пароль от которого состоит из пяти цифр. Как-то раз подлые вальдшнепы решили выкрасть оттуда ценные вещи, но всего пароля они не знали, а знали лишь, что в нём есть комбинации 42 и 23 (возможно, 423). Какое минимальное количество паролей нужно перебрать вальдшнепам, чтобы пробраться в гнездо сыча?

8. (9 - 10) В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O. Через центр окружности проведена прямая, параллельная стороне AB. Она пересекает стороны AC и BC в точках K и L соответственно. Известно, что  $KL = 5$ ,  $AB = 7$ . Найдите периметр четырехугольника AKLB.

9. (9 - 10) Решить уравнение:  $\sqrt{12 - 6\sqrt{2} \operatorname{tg} x} = 3 \sin x - \frac{\sqrt{2}}{\cos x}$

10. (10) Найти все функции  $f$  на множестве действительных чисел, принимающие действительные значения, такие что для любых  $x$  и  $y$  выполнено:  $f\left(\frac{x^2}{2} + x\right) = (x+1)^2$

## Физика

1. Таня собрала игрушку для кота из хозяйственной нитки и бумажного бантика. Играя с котом, она подняла свободный конец нитки над головой и кружилась на одном месте, а кот преследовал бантик и бегал вокруг Тани. Определить на каком расстоянии находился кот от девушки, если он пробежал 3 круга за 8 секунд, а рост девушки 1 м 63 см.

2. Яму какого диаметра способен преодолеть мотоцикл, если каскадер может разогнать его так, чтобы проехать мертвую петлю высотой 15 метров?

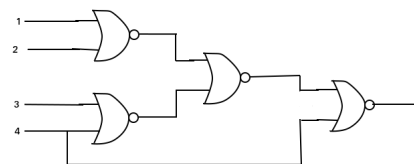
3. При обходе квадрата с диагональю 1 в его вершинах встречаются одинаковые по модулю заряды  $q$  со знаками в порядке  $-,-,+,+$ . Определить напряженность электрического поля в точке, отстоящей от центра квадрата на расстоянии  $x$  и расположенной симметрично относительно вершин квадрата.

4. Для проведения эксперимента использовали стакан диаметром  $D$ , в стенке которого имеются три отверстия диаметром  $\frac{D}{5}$ , расположенные на уровнях  $\frac{h}{7}$ ,  $\frac{h}{5}$  и  $\frac{h}{3}$ . Отверстия запечатали эластичной пленкой и налили в стакан воду до уровня  $h$ . Оцените объем воды, которая выпирает и растягивает пленку в отверстиях стакана.

5. \* В комнате в качестве общего освещения установлены лампы, работающие от сети переменного тока с частотой 50 Гц. В жаркую погоду в эту комнату ставят вентилятор. Вентилятор работает с постоянной скоростью и позволяет менять скорость вращения лопастей при необходимости. При изменении скорости вращения лопастей наблюдается стробоскопический эффект – визуальное движение лопастей в обратном направлении. Определить какое количество оборотов в минуту достаточно для вентилятора, чтобы визуально было заметно реальное направление вращения лопастей.

## Информатика

1. Элемент НЕ-ИЛИ выдает 1, если ему на вход подать два 0, и выдает 1 во всех остальных случаях. Напишите таблицу истинности для схемы, состоящей из 4-х элементов НЕ-ИЛИ (Таблицу, показывающую значение на выходе схемы в зависимости от значений на входе).



Вам будут предложены для решения несколько задач по программированию. При решении сначала опишите идею алгоритма словами, затем напишите код программы на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой язык программирования вы используете. Оцените сложность предложенного вами алгоритма.

2. Напишите программу, которая выводит все числа, кратные 3-м от 1 до  $2N-1$ . Число  $N$  вводится с клавиатуры.

3. Напишите программу, на вход которой подаётся число в 14-ричной системе счисления, на выходе - 0, если число чётно, и 1, если нечётно.

4. Напишите функцию, которая принимает 3 аргумента: строка1, строка2, количество букв  $n$ . Результат работы функции: 0, если строки одинаковы, 1, если различны.

5. У Лёши есть бумажки с цифрами. Он хочет расставить цифры в таком порядке, чтобы получилось максимальное число.

Вход программы: N - число бумажек. На следующей строке N цифр через пробел

Выход: наибольшее число

Пример:

5

1 0 9 5 5

Выход: 95510

6. Теперь у Лёши из предыдущей задачи написаны числа вместо цифр на бумажках. Помогите ему найти наибольшее число.

Вход программы: N - число бумажек. На следующей строке N чисел через пробел

Выход: наибольшее число

Пример:

5

10 0 976 512 543

Выход: 976543512100

7. Напишите, что такое очередь. В каких задачах ее применяют? Напишите на любом языке программирования свою реализацию очереди.

## Химия

1. А) Что такое алкины? Укажите общую формулу этого класса. Какому классу соединений они изомерны?

Б) Напишите реакции получения алкинов.

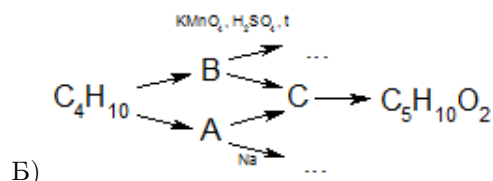
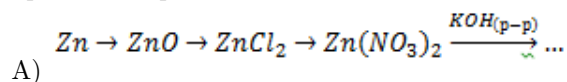
В) Приведите пример реакции, иллюстрирующие их кислотные свойства.

2. А) Что такое комплексные соли?

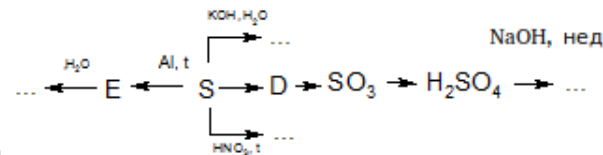
Б) Приведите примеры (не более трёх для каждого пункта) реакций, в ходе которых образуется: а) два оксида б) две соли в) две кислоты

В) Установите формулу хлорида металла, если при реакции 10 г этого вещества с избытком нитрата серебра выпадает осадок массой 30,21 г.

3. Напишите цепочки превращений, расставьте коэффициенты и укажите условия протекания реакций:



5



В)

4. Известно, что растворимость сульфата меди в воде зависит от температуры по уравнению:

$$S = 0,0044T^2 - 2,2679T + 304$$

S – масса вещества в 100 г воды, T – температура в Кельвинах.

Рассчитайте: а) предельную массовую долю соли при температуре 77 °С; б) Минимальную теоретическую растворимость (укажите также и температуру, при которой она достигается) Возможно ли реализация таких условий на практике?; в) Растворимость при 1500 °С.

5. При окислении сернокислым раствором перманганата калия углеводорода А с массовой долей углерода 90,00% происходит образование вещества Б. Это вещество выпадает в осадок, который растворяется в щелочах. При аккуратном нагревании 4,98 г вещества Б в присутствии водоотнимающего агента происходит выделение 0,54 г воды и образуется соединение В. Приведите возможные структурные формулы вещества А, ответ подтвердите расчётом. Напишите и уравняйте все реакции, описанные в задаче.

## Биология

1. Почему у горных коз игровое поведение почти не выражено, а у них равнинных собратьев представлено в полном разнообразии? У каких животных может наблюдаться редукция или полное исчезновение игрового поведения? Объясните возможные причины для каждого вида.

2. Исходя из структурных и функциональных различий, поясните, какие преимущества имеют эукариотические клетки перед прокариотическими? Как могли сформироваться данные различия? Ответ поясните.

3. 1) Длина гена фермента дигидропиримидиндегидрогеназы равна 2042 пары нуклеотидов. Определите молекулярную массу и длину соответствующего этому гену белка, выраженную в килотальтонах (кДа), если масса одной аминокислоты принято считать 100 Дальтон, а расстояние между аминокислотами – 1,33 А (Ангрстрем, 10<sup>-10</sup> метра).

2) Однако, при экспериментальном определении массы БТШ-90 его масса оказывается равна 90 кДа. С какими явлениями может быть связан данный парадокс? Аргументируйте ответ.

3) Почему определение длины структуры белка вышеназванным способом бессмысленно?

6

4. При скрещивании растения с гладкими плодами, альными цветками с растением с гладкими плодами, персиковыми цветками в F1 наблюдается следующее расщепление: 1398 растений с гладкими плодами, ярко-розовыми цветками, 357 растений с игольчатыми плодами, ярко-розовыми цветками, 117 растений с пупырчатыми плодами, ярко-розовыми цветками.

- 1) Напишите соотношение по фенотипам потомков в F1
- 2) Определите генотипы родительских особей и особей первого поколения, напишите схему скрещивания. Оформите схему по принципу: P – генотипы родительских особей, G – гаметы, F1 – потомки.
- 3) Как наследуется признак формы плода?
- 4) Как наследуется признак окраски цветков?
- 5) Каких результатов следует ожидать в результате самоопыления растений с пупырчатыми плодами, ярко-розовыми цветками? Напишите схему скрещивания.

5. В середине 20 века выдающиеся биологи Ф. Крик и Дж. Уотсон открыли структуру молекулы ДНК. Однако, это была не первая попытка расшифровать строение «молекулы жизни». Незадолго до сенсационного открытия Лайнус Полинг предложил свой вариант пространственного расположения уже известных на тот момент составляющих ДНК. Модель Л. Полинга так же имела форму спирали, однако в ней было три фосфатных остова по центру, вокруг которых по кругу располагались азотистые основания. Когда эту модель увидели Ф. Крик и Дж. Уотсон, они сразу поняли, что так быть не может.

- 1) Аргументируйте со своей точки зрения из вывод. Также ученым помогло правило Чаргаффа, согласно которому соотношения для аденина (А), тимина (Т), гуанина (Г) и цитозина (Ц), оказались следующими: количество аденина равно количеству тимина, а гуанина — цитозину:  $A=T$ ,  $G=C$ .
- 2) Объясните, как именно это помогло Уотсону и Крику в открытии молекулы и обосновании принципа комплементарности нуклеотидов
- 3) Нарисуйте молекулу ДНК

## Гуманитарные науки

Для получения максимального балла достаточно выполнить правильно любые 6 заданий, при этом написать эссе (задание 9). Работы без написанных эссе не проверяются!

1. Прочитайте отрывок из стихотворения Марины Цветаевой «Федра». На каком античном сюжете автор основывает свое стихотворение? Что вы знаете об этом сюжете и о героях, которые фигурируют в стихотворении? Чем интерпретация Цветаевой отличается от оригинала? Какие ещё тексты, основанные на этом сюжете, вы знаете? Можно ли в античной литературе встретить монолог, похожий на приведенный ниже? Зачем, на ваш взгляд, поэты обращаются к античным сюжетам,

которые до них использовали уже много раз?

Марина Цветаева

Федра

ЖАЛОБА

Ипполит! Ипполит! Болит! Опаляет... В жару ланиты... Что за ужас жестокий скрыт В этом имени Ипполита!

Точно длительная волна О гранитное побережье. Ипполитом опалена! Ипполитом клянусь и брежу!

Руки в землю хотят — от плеч! Зубы щепень хотят — в опилки! Вместе плакать и вместе лечь! Воспалется ум мой пылкий... .

Точно в ноздри и губы — пыль Геркуланума... Вяну... Слепну... Ипполит, это хуже пил! Это суше песка и пепла!

Это слепень в раскрытый плач Раны плещущей... Слепень злится... Это — красною раной вскачь Запаленная кобылица!

Ипполит! Ипполит! Спрячь! В этом пеплуме — как в склепе. Есть Элизиум — для — кляч: Живодерня! — Палит слепень!

Ипполит! Ипполит! В плен! Это в перси, в мой ключ жаркий, Ипполитова вза — мен Лепесткового — клюв Гарпий!

Ипполит! Ипполит! Пить! Сын и пасынок? Со — общник! Это лава — взамен плит Под ступнею! — Олимп взропщет?

Олимпийцы?! Их взгляд спящ! Небожителее — мы — лепим! Ипполит! Ипполит! В плащ! В этом пеплуме — как в склепе!

Ипполит, утоли... .

7 марта 1923 года

2. Какой исторический период принято называть эпохой застоя и почему? На какие годы он приходится? Кто руководил государством в это время? Какими могли быть причины вступления советской экономики и государства в такое состояние? Как события этого времени повлияли на дальнейшую историю России?

3. Ученые планеты Ялмез недавно обнаружили планету Релпек, очень похожую на Ялмез. В основном Релпек населен гексаподами и октоподами.

Однажды поутру гексапод Иннокентиоид увидел новостной заголовок, гласящий, что октоподы массово покидают Лахар. (прим.: Лахар - крупная октоподская компания). Иннокентиоид очень удивился: делают они это потому, что в Лахаре они получают слишком уж большие суммы дарлавириров. (прим.: дарлаваир - релпекская валюта). Попробуйте сделать земное предположение, какое объяснение происходящего Иннокентиоид прочитал чуть позже.

4. В ЛМШ все кафедры очень дружны. А потому, давайте поможем нашим собратьям-химикам разобраться в некоторых тонкостях номенклатуры. Широко известно, что углерод (С) в органических соединениях четырехвалентен, то есть общее количество соединенных с ним связей (-) и атомов водорода (H) всегда рав-

